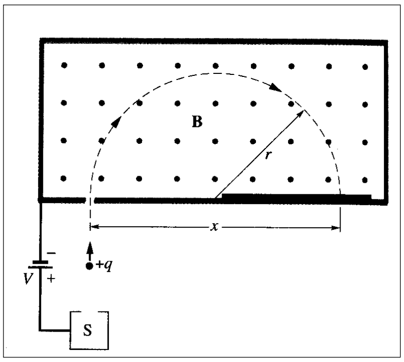
ESERCIZI svolti e non

Qualche ragionamento non ti convince?
Qualche calcolo non torna?
Consultami all'indirizzo: sendtowally@virgilio.it .

SETTORE B1 **L'introduzione e le proprietà del campo magnetico.**
*(quelli per il primo periodo sono contrassegnati con *)*

[1] *Si ha a disposizione un conduttore la cui sezione trasversale è circolare di raggio $R = a$ e che è percorso da una corrente i distribuita uniformemente sulla sezione. Assumendo $a = 2cm.$ e $i = 10A.$, si caratterizzi con un grafico opportuno l'andamento del modulo del campo magnetico $B(r)$ generato dal conduttore, considerando r come distanza variabile dal centro della sezione del conduttore e tale che: $0 < r < 5cm.$.*

[2*] *Si faccia riferimento allo spettrometro di massa riportato in figura. In tutte le risposte richieste si utilizzino i consueti versori degli assi cartesiani ($\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$).*
Uno ione di carbonio (il normale C^6_{12}, $q = +e$) viene immesso all'interno dello strumento dopo essere stato accelerato con una differenza di potenziale pari a $\Delta V = 2\ kVolt$., nel punto che possiamo considerare come l'origine O di un tradizionale sistema di assi, con x asse orizzontale verso destra e y asse verticale verso l'alto.

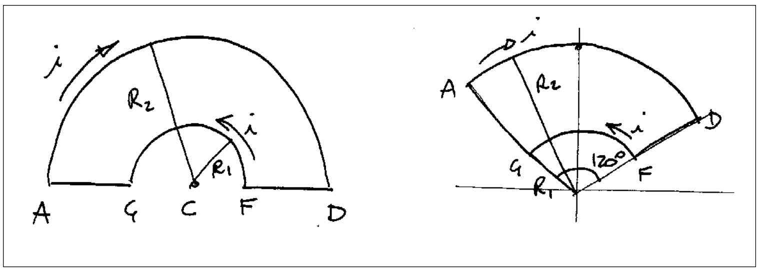


[a] *Con quale velocità (anche vettore) e con quale e energia cinetica lo ione entra nello spettrometro ?*
[b] *Nota che sia l'ascissa del punto di uscita $x_U = 25cm.$, si identifichi il vettore campo magnetico che ha permesso tale traiettoria.*
[c] *Si identifichi il vettore forza che agisce sullo ione.*
[d] *Si caratterizzi il moto circolare uniforme, identificandone frequenza f, periodo T e velocità angolare ω.*
[e] *Si identifichino le posizioni e le velocità dello ione negli istanti $t_1 = \frac{T}{12}$, $t_2 = \frac{T}{8}$ e $t_3 = \frac{T}{4}$, considerando che l'istante iniziale coincide con il momento dell'entrata dello ione nello spettrometro.*
[f] *Si dia la velocità con la quale lo ione esce dallo spettrometro.*

Si consideri poi di iniettare, a parità di condizioni uno ione con la stessa carica, ma di C^6_{14}, l'isotopo più noto del precedente.

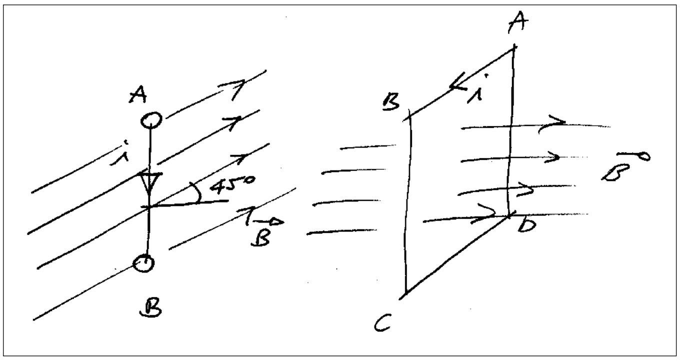
[g] *Qual è sarà il rapporto tra l'energia cinetica di entrata nello spettrometro dei due ioni ? E quale il rapporto tra le due velocità ? Quale il rapporto tra frequenze dei due moti circolari prodotti ?*
[h] *In corrispondenza di quale punto uscirà dalla spettrometro ?*
[i] *Se decide di annullare l'effetto della forza magnetica creata dal campo $\vec{B}$ sugli ioni nella zona di entrata nello spettrometro con un campo elettrico: determinate il vettore $\vec{E}$ necessario ?*

[3] *Si utilizzi la legge di Biot e Savart per calcolare il campo magnetico $\vec{B}$ nel punto C, centro comune dei due archi circolari AD e FG riportati in figura. I due archi, di raggio rispettivamente pari a R_1 e R_2, sono parte del*



circuito $ADFGA$ percorso da una corrente i.
Per giungere al risultato si proceda determinando per ciascun tratto il contributo al campo magnetico.
Si dica inoltre come diventerebbe il risultato per il medesimo C grazie al circuito delimitato dalle stesse lettere ($ADFGA$) nella situazione presentata nella seconda figura.

[4] Facendo riferimento alle figure, nelle quali appare, secondo diverse prospettive, una spira quadrata (dimensioni: $a = \overline{AB} = 20cm.$, $b = \overline{BC} = a$) percorsa da corrente $i = 2{,}5A.$, immersa in un campo magnetico uniforme: $\vec{B} = \sqrt{2}\cdot\left(0{,}5\cdot\vec{i} + 0{,}5\cdot\vec{j}\right)T$.*



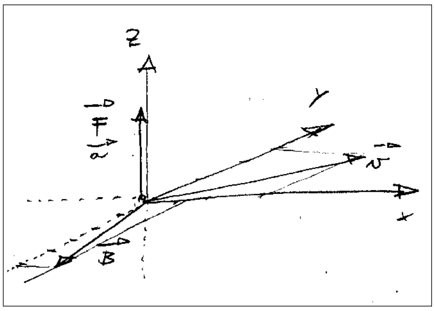
[a] si calcoli il vettore momento (.. di dipolo) magnetico $\vec{\mu}$ relativo alla spira;
[b] si calcoli il vettore momento torcente $\vec{M}$ $(\vec{\tau})$ che agisce sulla spira in queste condizioni;
[c] si determinino le posizioni di equilibrio stabile e instabile della spira nel campo magnetico.

RISOLUZIONE

[a] Riprendiamo la definizione del vettore momento magnetico: $\vec{\mu} = i\cdot\vec{A}$; da questa formula possiamo partire per dare la risposta al quesito: $\vec{\mu} = 2{,}5\cdot 0{,}2\cdot 0{,}2\cdot\vec{i} = 0{,}1\cdot\vec{i}\cdot A\cdot m^2$.

[b] Il momento torcente invece ha come riferimento la: $\vec{\tau} = \vec{\mu}\wedge\vec{B}$, per cui, alla luce delle risultanze della risposta precedente, si può procedere al calcolo vettoriale diretto:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu}\wedge\vec{B} = \left(0{,}1\cdot\vec{i}\right)\wedge\sqrt{2}\cdot\left(0{,}5\cdot\vec{i} + 0{,}5\cdot\vec{j}\right)$$
$$= \left[\underbrace{0{,}1\cdot\vec{i}\wedge\left(\sqrt{2}\cdot 0{,}5\right)\cdot\vec{i}}_{0}\right] + \left[0{,}1\cdot\vec{i}\wedge\left(\sqrt{2}\cdot 0{,}5\right)\cdot\vec{j}\right]$$
$$= 0{,}05\cdot\sqrt{2}\cdot\vec{i}\wedge\vec{j} = 0{,}05\cdot\sqrt{2}\cdot\vec{k}\cdot A.\cdot m^2.\cdot T$$



[c] La posizione di equilibrio stabile corrisponde all'allineamento del vettore $\vec{\mu}$ col vettore campo magnetico $\vec{B}$, per cui corrisponde ad una situazione che nella prima delle due figure deve prevedere una rotazione nel senso antiorario della spira fino ad essere inclinata secondo un vettore perpendicolare al lato AB da sinistra basso a destra alto come $\vec{B}$ e cioè assumendo la forma:

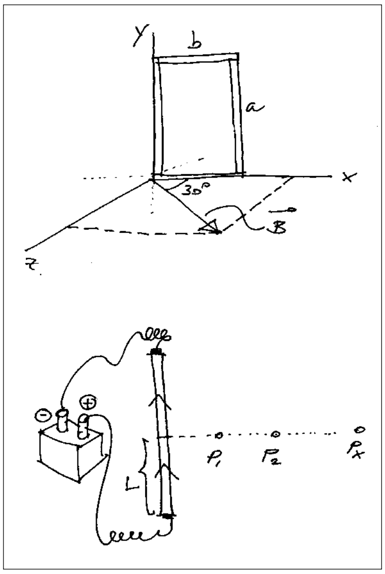
$$\vec{\mu}_{STA} = 0{,}1\cdot\left(\cos 45^o\cdot\vec{i} + \sin 45^o\cdot\vec{j}\right) = 0{,}1\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\vec{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\vec{j}\right) = 0{,}05\cdot\sqrt{2}\left(\vec{i}+\vec{j}\right)\cdot A\cdot m^2.$$

Per la posizione di equilibrio instabile bisogna ricordare che il posizionamento del vettore $\vec{\mu}$ deve essere antiparallelo a quello appena individuato in opposizione al verso di $\vec{B}$. L'espressione sarà:

$$\vec{\mu}_{INSTA} = 0{,}1\cdot\left(\cos 225^o\cdot\vec{i} + \sin 225^o\cdot\vec{j}\right) = 0{,}1\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\vec{i} - \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\vec{j}\right) = -0{,}05\cdot\sqrt{2}\left(\vec{i}+\vec{j}\right)\cdot A\cdot m^2$$

[5] *In una certa zona delle Filippine, il campo magnetico terrestre vale $B = 39\mu T.$, è orizzontale e diretto verso nord. Il campo totale risulta nullo $8cm.$ al di sopra di un filo rettilineo orizzontale attraverso cui scorre una certa corrente.*
Determinate:
[a] la direzione del filo percorso da corrente in questione, rispettivamente all'orientamento del campo magnetico terrestre, giustificando la possibilità di annullare l'effetto del campo terrestre;
[b] l'intensità della corrente stessa;
[c] il campo magnetico risultante in corrispondenza del punto alla medesima distanza, ma sotto il filo in questione.

[6*] *Un protone ($m_P = 1.67x10^{-27}kg.$ e $q_P = +1.6x10^{-19}C.$) ed una particella α ($He_2^{4++} = 2p + 2n$) entrano all'istante $t=0$ con una velocità $\vec{v}_o = 2x10^5 m./\sec. \cdot \vec{j}$ in una zona di campo magnetico uniforme $\vec{B} = 5x10^{-2}T. \cdot \vec{k}$ nel punto che si può supporre essere l'origine O di un sistema di assi cartesiani levogiri, caratterizzato dai tradizionali versori ($\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$). Possiamo affermare che la zona caratterizzata dalla presenza del campo magnetico è quel semispazio per cui: $y > 0$.*
[a] Si chiarisca quali siano le caratteristiche del moto circolare cui danno luogo e cioè si determinino le grandezze: R, ω, T e a_C per entrambe le cariche.
[b] Si determinino l'istante, le coordinate del punto, le componenti del vettore velocità e dell'accelerazione centripeta delle due cariche al momento dell'uscita dalla zona di campo magnetico uniforme.
[c] Se in questo istante di uscita si "accendesse" nel semispazio per cui $y < 0$ un campo elettrico $\vec{E} = 500\ \text{V./m.} \cdot \text{k}$, che traiettoria prenderebbe il protone e dove si troverebbe dopo un $\Delta t = 0.2\sec.$?



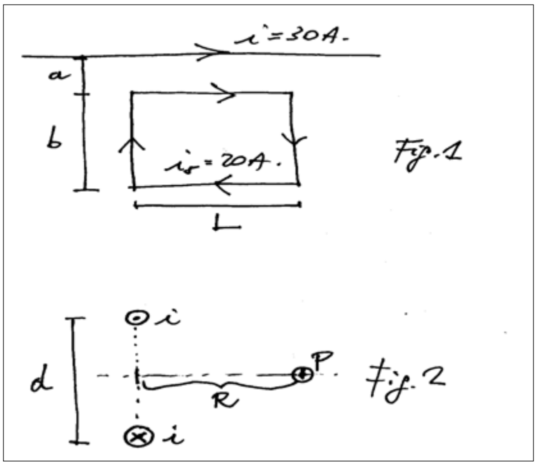
[7*] *Nella parte alta della figura è rappresentata la situazione di una bobina rettangolare di dimensioni, rispettivamente verticale e orizzontale, pari a: $a = 10cm.$ e $b = 5cm.$, composta da $n = 5$ spire. Essa è percorsa da una corrente $i = 0.2A.$ ed è incernierata lungo un lato. Il piano su cui giace è tale da formare con la direzione del campo $\vec{B} : B = 0.8T.$ un angolo $\alpha = \pi / 6$*

[a] Si determini il vettore momento di dipolo magnetico associato alla spira $\vec{\mu}$;
[b] Si determini il momento della forza che interviene in tale situazione e lo si rappresenti con chiarezza in figura;
[c] Si ridefinisca il vettore $\vec{\mu}$ nella posizione di equilibrio stabile.

[8] *Nella parte bassa della figura viene invece riportato il caso di filo rettilineo lungo L alimentato da un potente generatore che eroga una corrente continua $i = 50A.$ con il verso qualificato.*
Alla luci delle formule note dalla teoria si determini il campo magnetico $\vec{B}$ che viene creato da tale filo in un punto P posto sul suo asse ad un distanza:
[a] $P_1 : d_1 = 0.5L$ e $P_2 : d_2 = L$, con $L = 2mm.$.

[b] Si dica inoltre quanto deve distare dal filo percorso da corrente tale punto P_x, preso sempre sull'asse, ma scelto in modo tale che: $B(P_x)=\dfrac{B(P_2)}{6}$.

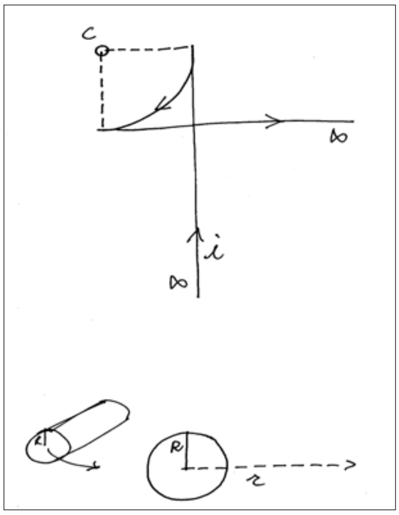
[9] In fig. 1 è mostrato un filo rettilineo percorso da una corrente e una spira rettangolare percorsa da una corrente $i=30A.$.
[a] Individuate le forze che agiscono sui rami orizzontali della spira e ragionate anche sulle forze che agiscono sui quelli verticali;
[b] Calcolate la forza risultante che agisce sull'intera spira, tenendo conto che: $a=1cm.,\ \ b=8cm.\ \text{e}\ L=30cm.$;
[c] Prevedete motivatamente il tipo di moto che si sviluppa per la spira nel tratto che la separa dal filo.



[10] Si considerino, come mostrato in fig.2 due fili posti ad una distanza d e percorsi da correnti uguali i ma con versi opposti. Dimostrate che l'intensità del campo $\vec{B}$ nel punto P equidistante dai fili è data dall'espressione: $B=\dfrac{2\cdot\mu_o\cdot i\cdot d}{\pi\left(4R^2+d^2\right)}$, con R definito in figura.

[11] Determinate il campo $\vec{B}$ risultante al centro di una spira quadrata percorsa da una corrente di intensità i e di lato L.

[12] Partendo dalla legge di Biot-Savart e riferendosi alla parte superiore della figura, si arrivi a determinare il campo $\vec{B}$ per il punto C nella geometria proposta dalla figura sottostante.



[13] Applicando il teorema di Ampere appena riportato secondo un'appropriata simmetria, determinate l'andamento del modulo del campo magnetico $\vec{B}$ al variare della distanza r, con $r>0$, dal centro della sezione circolare di raggio R di un conduttore cilindrico all'interno del quale passa una generica corrente i, distribuita in modo omogeneo su tutta la sezione.
Fate riferimento alla parte inferiore della figura.

[14*] Un protone e un deutone ed una particella α accelerati alla stessa differenza di potenziale, entrano in una zona dove esiste un campo magnetico, movendosi perpendicolarmente alla direzione di questo. [a] Confrontate le loro energie cinetiche e le loro velocità. [b] Se il raggio della traiettoria descritta dal protone è $10cm.$, quali sono i raggi delle traiettorie descritte dal deutone e dalla particella α?

[15*] *Un elettrone con una velocità data in* $m./s.$ *da* $\vec{v} = 2x10^6 \cdot \vec{i} + 3x10^6 \cdot \vec{j}$, *entra in una zona di campo magnetico dato in* $Tesla$ *da* $\vec{B} = 0,03 \cdot \vec{i} - 0,15 \cdot \vec{j}$. *Determinate i vettori:* $\vec{f}$ e $\vec{a}$.

RISOLUZIONE

Si tratta di un esercizio che prevede l'applicazione della formula ricavata dalla legge di Lorenz, dove però si ha a che fare col prodotto esterno di vettori: $\vec{f} = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$. *Il calcolo dell'accelerazione è un immediata conseguenza del calcolo della corrispondente forza, secondo la:* $\vec{a} = \frac{\vec{f}}{m_e} = \frac{q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}}{m_e}$, *con* m_e *che rappresenta naturalmente la massa dell'elettrone. Elaborando i calcoli, si può ottenere:*

$$\vec{f} = \left(-1.6x10^{-19}\right) \cdot \left(2x10^6 \cdot \vec{i} + 3x10^6 \cdot \vec{j}\right) \wedge \left(0,03 \cdot \vec{i} - 0,15 \cdot \vec{j}\right),$$

con il risultato che risulterà automaticamente espresso in unità di misura coerenti con Sistema Internazionale, viste le unità di misura coinvolte per le singole grandezze (Coulomb, metri/secondo e Tesla); proseguendo:

$$\vec{f} = \left(-1.6x10^{-19}\right) \cdot \left(2x10^6 \cdot \vec{i} + 3x10^6 \cdot \vec{j}\right) \wedge \left(0,03 \cdot \vec{i} - 0,15 \cdot \vec{j}\right)$$

$$= -9,6 \cdot 10^{-15} \cdot \left(\vec{i} + 1.5 \cdot \vec{j}\right) \wedge \left(\vec{i} - 5 \cdot \vec{j}\right) = -9,6 \cdot 10^{-15} \cdot \left[\vec{i} \wedge \left(-5 \cdot \vec{j}\right) + 1.5 \cdot \vec{j} \wedge i\right]$$

$$essendo: \quad \vec{i} \wedge \vec{i} = \vec{j} \wedge \vec{j} = 0$$

Considerando poi gli unici prodotti vettoriali che restano validi e tenendo conto che peri versori valgono le regole: $\vec{i} \wedge \vec{j} = \vec{k}$ e $\vec{j} \wedge \vec{k} = \vec{i}$ e $\vec{k} \wedge \vec{i} = \vec{j}$, *del nostro calcolo resterà :*

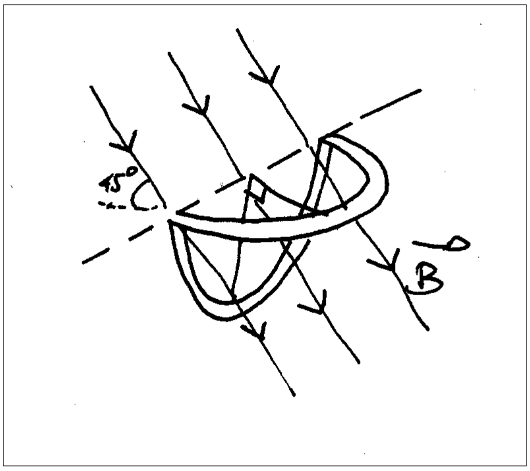
$$\vec{f} = 4,8 \cdot 10^{-14} \cdot \left[\vec{k} - 0,3 \cdot \vec{k}\right] = 4,8 \cdot 10^{-14} \cdot \left[0,7 \cdot \vec{k}\right] = 3,36 \cdot 10^{-14} \cdot \vec{k} \cdot N.$$

Conseguentemente per la accelerazione sarà:

$$\vec{a} = \frac{\vec{f}}{m} = \frac{3,36 \cdot 10^{-14} \cdot \vec{k} \cdot N.}{9,11 \cdot 10^{-31} kg.} \cong 3,7 \cdot 10^{16} \cdot \vec{k} \cdot m./s.^2$$

SETTORE B2 ***L'interazione tra il campo elettrico e il campo magnetico.***

La produzione di onde elettromagnetiche



[1] *Si consideri una spira costituita da due semicerchi identici di raggio $R = 4\ cm.$ che giacciono su piani mutuamente ortogonali. La spira è stata costruita piegando una spira circolare piana lungo un diametro fino a rendere le due metà mutuamente ortogonali. La spira si trova in campo magnetico $\vec{B}$ uniforme di intensità $80\ mT.$ diretto ortogonalmente al suddetto diametro e in direzione tale da formare angoli uguali ($\alpha = 45^o$) con i piani in cui giacciono i due semicerchi come illustrato in figura. Il campo magnetico si annulla linearmente nel tempo in un intervallo $\Delta t = 4.5\ ms.$.*

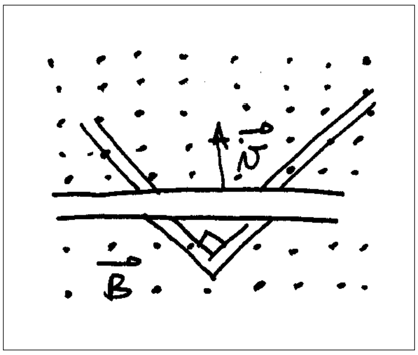
[a] Si illustri in grafico opportuno l'andamento di B;

[b] si individui il contributo al flusso di $\vec{B}$ attraverso la spira all'istante $t_o = 0s.$;

[c] si faccia lo stesso indicando il flusso all'istante generico t nel Δt in questione;

[d] si calcoli la forza elettromotrice indotta e il verso della corrente durante il Δt.

[2] *Si considerino due rotaie conduttrici rettilinee, che formano un angolo retto nel punto in cui le loro estremità si riuniscono. Si consideri, inoltre, un barra conduttrice in contatto con le rotaie, che parte dal vertice all'istante $t_o = 0s.$ e si muove a velocità costante $v = 5.2\ m./s.$ verso l'alto (vedi figura). Nella regione è presente un campo magnetico di $0.35\ T.$ ortogonale al piano della figura e uscente dalla pagina.*



Determinate:

[a] il flusso attraverso il triangolo formato dalle rotaie e dalla barra all'istante: $t_1 = 3\ s.$ e

[b] la forza elettromotrice indotta lungo il triangolo in questione al generico istante t.

[3] *Una spira circolare di raggio $R = 10cm.$ è immersa in un campo magnetico uniforme $B = 0.8T.$ perpendicolare al piano della spira. Per una causa imprecisata il raggio della spira si riduce per un istante con una velocità di $80cm./s.$. Qual è la forza elettromotrice indotta nella spira in quell'istante?*

<u>Potete lasciare le costanti</u> k e ε_o <u>indeterminate</u>

[3] *Una spira circolare ha raggio R ed è immersa in un campo magnetico uniforme con la sua direzione disposta in modo tale che il suo vettore superficie $\vec{S}$ formi un angolo α con il vettore $\vec{B}$ del campo magnetico. L'intensità del campo varia in funzione del tempo secondo la legge: $B = b \cdot t^2 - a \cdot t$, con $a, b > 0$ tra due istanti in cui il campo è nullo.*

[a] Determinate le unità di misura in cui possono essere espresse le quantità a e b.

[b] Esprimete in funzione del tempo il flusso che attraversa la superficie e la forza elettromotrice indotta.

[c] Quale deve essere il rapporto tra a e b affinché l'istante del flusso minimo corrisponda a: $t_{MAX} = 2 \cdot 10^{-6} s.$?

RISOLUZIONE

[a] Partiamo dunque dalla richiesta sulle unità di misura delle quantità a *e* b. *Dato che ciascuno dei termini presenti nella parte destra della formula deve essere omogeneo con il campo magnetico e la sua unità di misura, sia il termine* $b \cdot t^2$ *che quello* $a \cdot t$ *dovranno essere espressi in:*

$$Tesla, \text{ con, ad esempio: } 1\ Tesla = 1\frac{N.}{C.\cdot m./s.} = 1\frac{kg.\cdot \cancel{m.}/s.^{\cancel{2}}}{C.\cdot \cancel{m.}/\cancel{s.}} = 1\frac{kg.}{C.\cdot s.}$$

da questa constatazione si potrà concludere che per il termine b *:*

$$udm\left[b\cdot t^2\right] = Tesla \Rightarrow udm\left[b\right]\cdot udm\left[t^2\right] = Tesla \Rightarrow udm\left[b\right] = \frac{Tesla}{udm\left[t^2\right]} = \frac{Tesla}{s.^2},$$

con la scrittura: $udm\left[g\right] = \ldots$ *che va letta come "unità di misura della grandezza **g** è ...";*

per il termine a, *invece:*

$$udm\left[a\cdot t\right] = Tesla \Rightarrow udm\left[a\right]\cdot udm\left[t\right] = Tesla \Rightarrow udm\left[a\right] = \frac{Tesla}{udm\left[t\right]} = \frac{Tesla}{s.}.$$

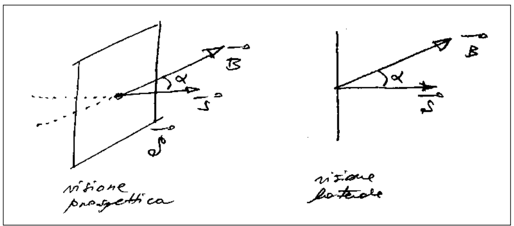
[b] Per calcolare il flusso del campo magnetico attraverso la superficie, ricordiamo innanzitutto la definizione di flusso attraverso una superficie generica S:

$$\Phi_S\left(\vec{B}\right) = \vec{B}\cdot\vec{S} = B\cdot S\cdot\cos(\alpha)\,;$$

con le assegnazioni del problema, per ottenere il flusso, sarà sufficiente a questo punto chiarire le varie espressioni per le grandezze coinvolte e inserirle all'interno della formula appena ricordata:

$$\Phi_S\left(\vec{B}\right) = \left(a\cdot t^2 - b\cdot t\right)\cdot\pi\cdot R^2\cdot\cos(\alpha).$$

Per la forza elettromotrice indotta, si deve far riferimento alla legge di Faraday-Neumann-Lenz:



$$\begin{aligned}\varepsilon_{INDOTTA} &= -\frac{d\left[\Phi_S\left(\vec{B}\right)\right]}{dt} \\ &= -\frac{d}{dt}\left[\left(a\cdot t^2 - b\cdot t\right)\cdot\pi\cdot R^2\cdot\cos(\alpha)\right], \\ &= -\frac{d}{dt}\left[a\cdot t^2 - b\cdot t\right]\cdot\pi\cdot R^2\cdot\cos(\alpha)\end{aligned}$$

non essendo né S né α *dipendenti dal tempo o meglio costanti rispetto alla variabile tempo.*
Proseguendo:

$$\varepsilon_{INDOTTA} = -\frac{d\left[\Phi_S\left(\vec{B}\right)\right]}{dt} = -\left[2\cdot a\cdot t - b\right]\cdot\pi\cdot R^2\cdot\cos(\alpha) = \left[b - 2\cdot a\cdot t\right]\cdot\pi\cdot R^2\cdot\cos(\alpha).$$

[c] Se si sanno affrontare i problemi di massimo e minimo col calcolo differenziale, allora è sufficiente imporre l'annullamento della sua derivata prima e cioè dell'espressione della $\varepsilon_{INDOTTA}$, *ottenendo:*

$$\varepsilon_{INDOTTA} = \left[b - 2\cdot a\cdot t\right]\cdot\pi\cdot R^2\cdot\cos(\alpha) = 0 \Rightarrow \left[b - 2\cdot a\cdot t_{MIN}\right] = 0 \Rightarrow b = 2\cdot a\cdot t_{MIN},$$

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{2\cdot t_{MIN}} = \frac{1}{2\cdot 2\cdot 10^{-6}} = 0{,}25\cdot 10^6 = 2{,}5\cdot 10^5\, s.^{-1}$$

Nel caso in cui non si conoscano le modalità dei problemi di massimo e minimo, allora per il caso specifico si può ricorrere allo studio delle caratteristiche di una parabola; infatti l'espressione della $\varepsilon_{INDOTTA}$ *ha una dipendenza quadratica dal tempo, con la corrispondente parabola che ha concavità rivolta verso l'alto e il vertice nel suo punto di minima ordinata, in corrispondenza dell'ascissa:*

$$x \Rightarrow t_{MIN} = \underbrace{-\frac{b}{2a}}_{\text{caso generale}} = \underbrace{\frac{b}{2a}}_{\text{caso nostro}} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{2\cdot t_{MIN}},$$

con la soluzione che a questo punto si può ricondurre al caso precedente.

[4] *La forza elettromotrice autoindotta può superare la forza elettromotrice del circuito originario ?*

[5] *Una spira circolare avente il raggio pari a* $R = 5cm.$ *è percorsa da una corrente* $i = 100A.$*. Qual è la densità di energia al centro della spira ?*