

# La somma dei numeri naturali

# La somma dei numeri naturali

- Abbiamo già visto che la somma dei primi  $n$  numeri dispari è uguale a  $n^2$ . Abbiamo dato una giustificazione grafica.

Possiamo fare adesso altre considerazioni.

Consideriamo la seguente somma:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17$$

# La somma dei numeri naturali

Osserviamo che

$$1+17 = 18$$

$$3+15 = 18$$

$$5+13 = 18$$

$$7+11 = 18$$

$$9+9 = 18$$

$18 \times 5 = 90$  , tenendo conto che il nove è stato conteggiato due volte :  $S_9 = 90 - 9 = 81$  (come era previsto)  $S_9 = 9^2 = 81$

# La somma dei numeri naturali

- Gli alunni provano con
- i primi 10 numeri dispari
- i primi 15 numeri dispari

Notano che se il numero dei termini è dispari, il numero centrale si deve sommare due volte e quindi sottrarre

Trovano sempre che:

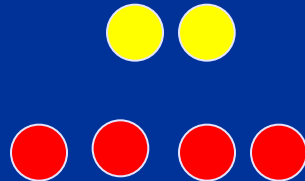
la somma dei primi  $n$  numeri dispari è uguale a :

$$\underline{S_n = n^2}$$

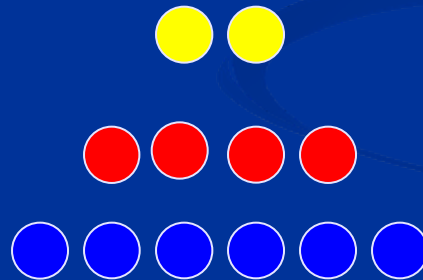
# La somma dei numeri naturali

- Proviamo adesso con i numeri pari.

$$2 + 4 = 6$$



$$2 + 4 + 6 = 12$$



# La somma dei numeri naturali

Nella figura geometrica disegnata viene individuato un trapezio che ha:

- base minore sempre..... pari a 2
- base maggiore cambia valore da trapezio a trapezio :
- nella prima figura vale 4
- nella seconda figura vale 6
- .....
  
- altezza variabile:
  - nella prima figura vale 2
  - nella seconda figura vale 3
  - .....
- In altre parole....si ottiene un trapezio che ha
- Base minore che vale: 2
- Base maggiore che vale: doppio dei numeri pari considerati
- Altezza che vale: numero dei termini pari di cui si vuole conoscere la somma



$$\frac{(base\ max + base\ min) * altezza}{2}$$

2

# La somma dei numeri naturali

■ Ricordando l'area del trapezio:

■ AREA := 
$$\frac{(base\ max + base\ min) * altezza}{2}$$

■ Per cui:

■ prima figura AREA = 6

■ seconda figura AREA = 12

$$(1+n) * n$$

# La somma dei numeri naturali

quindi in generale

$$\text{AREA} = \frac{(2n + 2) * n}{2} = (1 + n) * n$$

La somma dei primi **N** numeri naturali pari è:

$$S_n = (1 + n) * n$$

# La somma dei numeri naturali

Considerazioni:

“la somma dei termini della successione equidistanti dal termine centrale è costante”

Se considero:  $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20$

Vediamo le somme :  $2+20 = 22$

$$4+18 = 22$$

$$6+16 = 22$$

$$8+14 = 22$$

$$10+12 = 22$$

$$22 * 5 = 110$$



$$S_{10} = (1+10) * 10 = 110$$

## ■ Gli alunni provano con i primi 9 numeri pari

Si verifica che la somma è uguale a

$$5 \cdot 20 = 100 \dots$$

ma il 10 (termine centrale) è stato conteggiato  
due volte,

$$\text{per cui } S_9 = 100 - 10 = 90. \text{ Ma } 90 = 9 \times (9 + 1)$$

Quindi la somma di n numeri pari è uguale a :  $S_n = n(n+1)$

# Attività

- Calcola la somma dei primi 10 numeri dispari e poi la somma dei primi 10 numeri pari. Risultano uguali queste due somme?
- La somma dei primi 20 numeri dispari risulterà uguale al doppio della somma dei primi 10 numeri dispari?
- E la somma dei primi 20 numeri pari risulterà uguale al doppio della somma dei primi 10 numeri pari?
- Calcola la somma dei primi 10 numeri dispari e poi la somma dei primi 10 numeri pari. Di quanto differiscono le due somme?

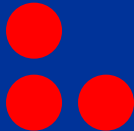
# La somma dei numeri naturali

Proviamo adesso con i numeri naturali.

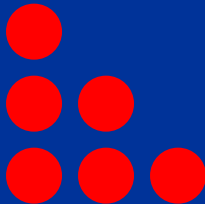
$$S_1 = 1$$



$$S_2 = 1 + 2$$



$$S_3 = 1 + 2 + 3$$



.....

# La somma dei numeri naturali

- La successione delle somme:  $1, 1+2; 1+2+3; 1+2+3+4; 1+2+3+4+5 \dots$  forma la successione dei numeri triangolari
- Quindi, quale sarà la somma dei primi  $N$  numeri naturali?
- Sarà il triangolare di ordine  $N$
- Quindi: 
$$\frac{n \times (n + 1)}{2}$$

# Quesito

- La somma di tutti i numeri naturali formati da due cifre distinte è :

(A) 3840,    (B) 3960,    (C) 4140,    (D) 4260,  
(E) 4410.

*Tratto dalle "Gare di Archimede – Triennio – 2008"*