

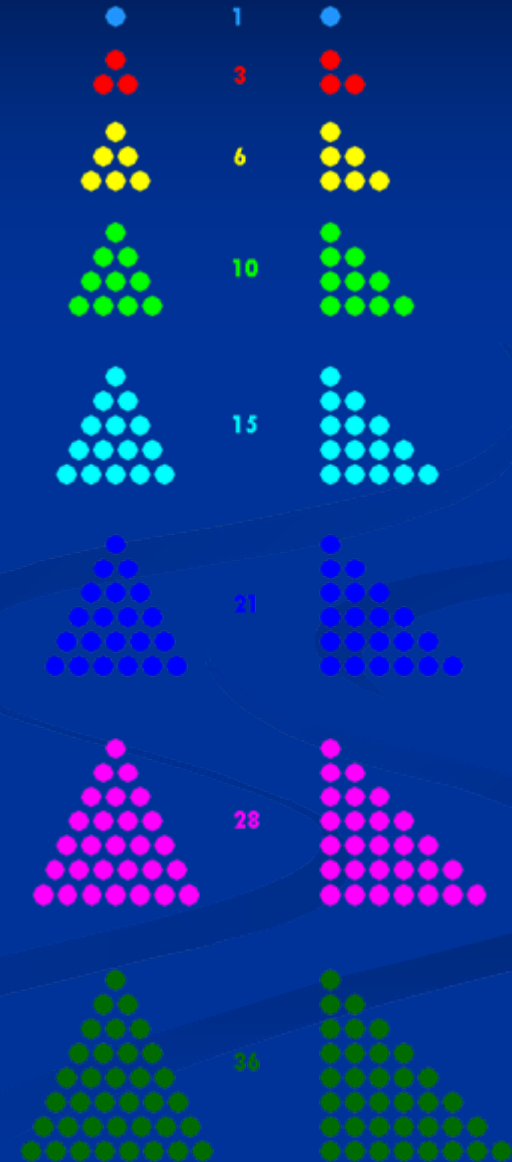
I numeri triangolari

Curiosità varie



I numeri triangolari

Sono i numeri formati nel modo indicato nella figura a fianco



I numeri triangolari

Possiamo con facilità formare la serie dei numeri triangolari nel modo seguente:

Unità	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Interi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Triangolari	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55

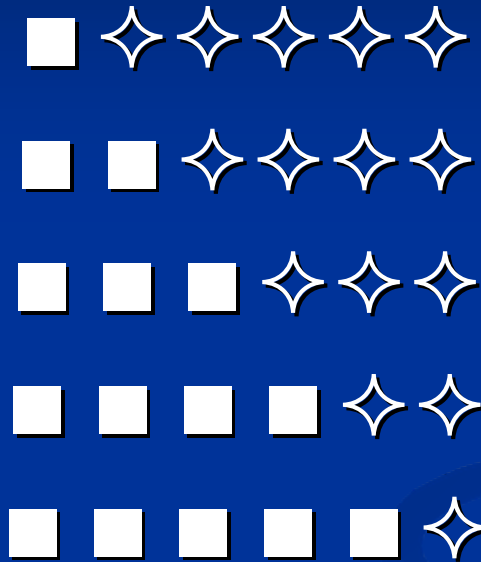
I numeri triangolari

Domanda: Come possiamo calcolare, ad es., il numero triangolare di posizione 20?

In questo modo molto semplice:

Se poniamo accanto ad un numero triangolare (ad esempio, quello di lato 5) lo stesso triangolare capovolto, otteniamo la seguente figura:

I numeri triangolari



Si forma, dunque, un rettangolo costituito da 5 file di $5+1$ unità: quindi, in totale $5 \times 6 = 30$ unità. La metà sarà il triangolare di lato 5.

I numeri triangolari

- Cosicchè, possiamo stabilire la formula generale per trovare un triangolare di posto ennesimo:

$$\frac{n \times (n + 1)}{2}$$

Quindi, il triangolare di base 20, sarà:

$$T_{20} = \frac{20 \times 21}{2} = 10 \times 21 = 210$$

Proprietà dei numeri triangolari

- Ogni quadrato dispari è la differenza di due triangolari.

ES.: $9 = 15 - 6$ $49 = 55 - 6$

- Ogni cubo (diverso da 1) è la differenza di due triangolari consecutivi.

ES.: $8 = 36 - 28$

- La somma di due triangolari successivi è un quadrato

Esercizi

- Riscrivere il 25 come differenza di due numeri triangolari.
- Trovare due triangolari consecutivi tali che la loro differenza sia 27.

I numeri quadrati

Teoria e Curiosità

I numeri quadrati

- Analogamente a quanto fatto per i numeri *triangolari*, si possono ottenere i numeri *quadrati*, come in figura.

n	n^2					...	

5	25	24	23	22	21	...	
4	16	15	14	13	20	...	
3	9	8	7	12	19	...	
2	4	3	6	11	18	...	
1	1	2	5	10	17	...	

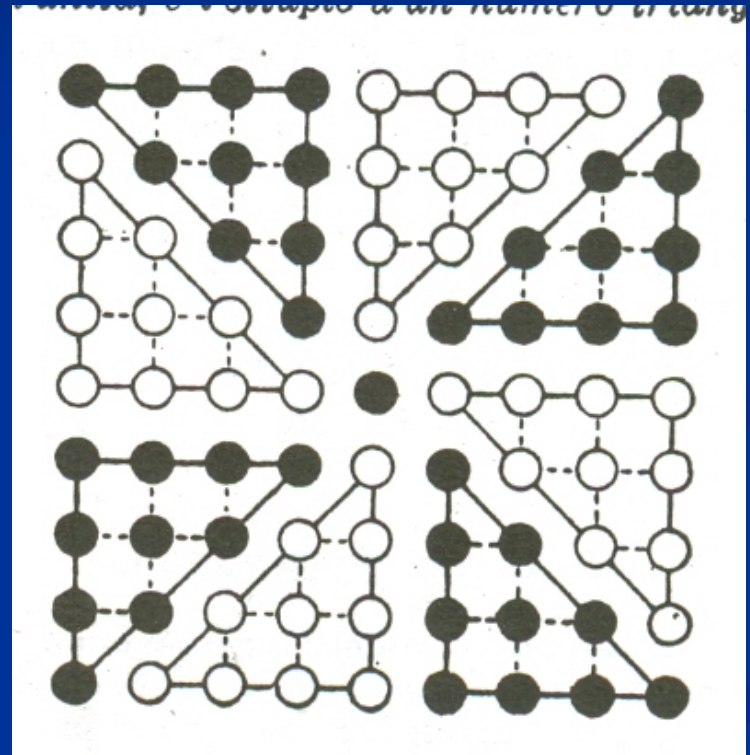
I numeri quadrati

- Si nota che un numero quadrato differisce dal precedente per un numero dispari di unità. E' facile, quindi, costruire la serie dei numeri quadrati

Base	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Dispari	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
<i>Quadrati</i>	<i>1</i>	<i>4</i>	<i>9</i>	<i>16</i>	<i>25</i>	<i>36</i>	<i>49</i>	<i>64</i>	<i>81</i>	<i>100</i>

I numeri quadrati

- La figura a fianco è un quadrato di 9 unità di lato, composto da 8 volte il numero triangolare dieci e di una unità al centro. Abbiamo in esso la dimostrazione grafica del teorema di Diofanto: *L'ottuplo di un numero triangolare, aumentato dell'unità, è sempre un quadrato.*



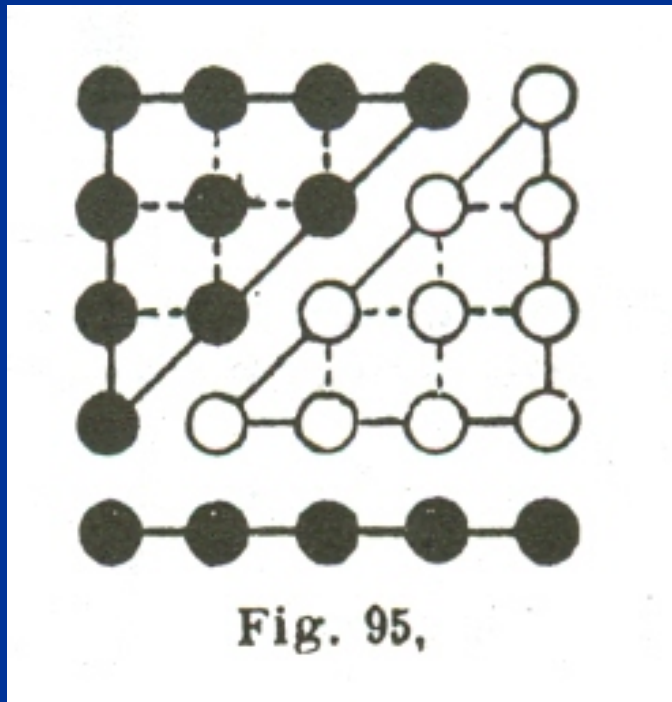
I numeri quadrati

- Si deduce da ciò, che, per riconoscere se un dato numero è triangolare, basta moltiplicarlo per 8 e aggiungere 1 al prodotto: se si ottiene un quadrato, il numero proposto era triangolare.

Esempio: $66 \times 8 + 1 = 529 = 23^2$, dunque 66 è triangolare di posizione 11 (basta eseguire $23:2$ e troncare il risultato all'intero)

I numeri quadrati

Ogni numero quadrato è uguale al proprio lato, aumentato di due volte il triangolare di posto precedente.

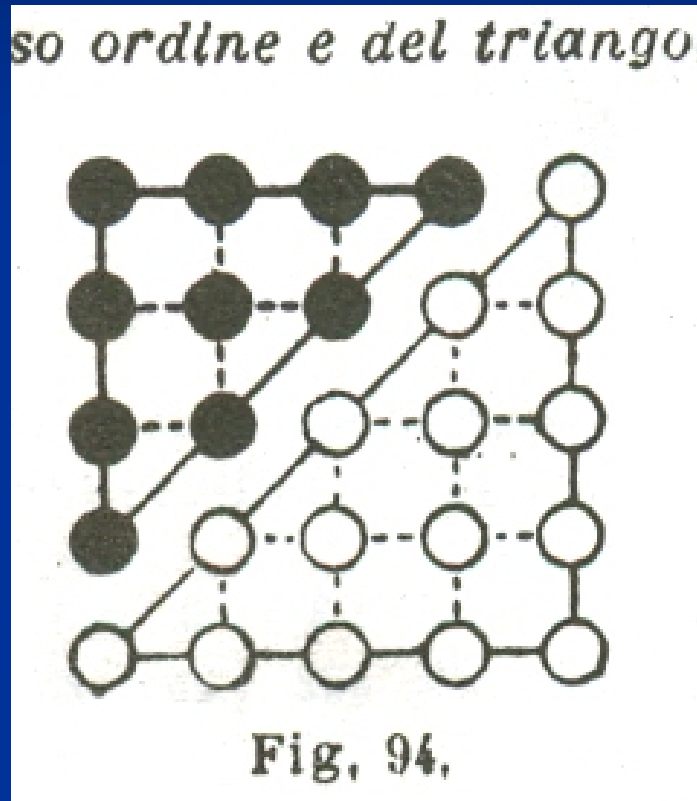


$$\text{ES: } 25 = 5^2 = 5 + 10 + 10$$

5 è l'ordine del numero quadrato;

10 è il triangolare di posto 4 (5-1)

I numeri quadrati



Ogni numero quadrato è la somma del triangolare dello stesso ordine e del triangolare antecedente.

ES.: $25 = 5^2 = 15 + 10$

5 è l'ordine del numero quadrato

15 è il triangolare di ordine 5

10 è il triangolare di ordine 4

Esercizio

- Verificare che 1953 è un numero triangolare e trovarne la posizione.