Grafi pesati e relazioni n-arie: un approccio generale all'organizzazione automatica di dati secondo rapporti di rilevanza

Marco Giunti
giunti@unica.it
Università di Cagliari

1. Introduzione

Il problema che affronteremo in questo lavoro è il seguente. Supponiamo che, a un tempo iniziale t_0, sia fissata una base dati finita $DB(t_0) = \{f_1, f_2, \ldots, f_m\}$, dove si intende che ciascun $f_i \in DB(t_0)$ sia un fatto di tipo relazionale, ovvero, f_i sia il fatto che una certa relazione n-aria R_i^n $(1 \leq n)$ sussiste fra una certa n-upla di oggetti $o_1, o_2, \ldots , o_n$; non necessariamente la sussistenza o non sussistenza della relazione R_i^n è espressa da un valore binario 0 – 1, ma può invece essere anche espressa da un valore p (detto *peso*) compreso in tutto l'intervallo reale [0, 1]. In altri termini, la relazione R_i^n può essere o una relazione classica (*crisp*) o una relazione *fuzzy*.

Supponiamo inoltre che, in tempi successivi $t_1, t_2, t_3, \ldots$, la base dati $DB(t_j)$ si modifichi, mediante l'immissione di nuovi fatti o la cancellazione di vecchi fatti. In questo contesto le cause di tali modifiche non ci interessano ma, per concretezza, possiamo immaginare che esse siano in parte il risultato di ripetute applicazioni di un opportuno motore inferenziale alla base dati stessa e, per il resto, siano invece dovute alla semplice acquisizione di nuovi dati o all'eliminazione (deliberata o accidentale) di vecchi dati. La domanda che ci poniamo è allora questa:

> [Q] come è possibile rappresentare l'informazione, sia quella iniziale $DB(t_0)$, sia quella di ogni stadio successivo $DB(t_j)$ $(0 < j)$, in modo tale da organizzare automaticamente, via via che la base dati si modifica, i *rapporti di rilevanza* fra i diversi dati immagazzinati?

L'approccio qui adottato per affrontare tale domanda utilizza gli strumenti formali della teoria dei grafi, nonché alcune nozioni di logica fuzzy (Zimmerman 1991; Klir 1995). Come vedremo, la teoria dei grafi permette di rappresentare in maniera naturale e standardizzata una qualunque base di conoscenze che sia esprimibile come un insieme di enunciati semplici di un linguaggio del primo ordine (cioè, enunciati che esprimono relazioni arbitrarie fra oggetti). Tale rappresentazione è in effetti un particolare grafo diretto ed etichettato. Il ricorso alla logica fuzzy si rende necessario per trattare dati le cui relazioni costitutive siano intrinsecamente incerte o sfumate (relazioni fuzzy). Nel caso in cui i dati includano anche relazioni fuzzy, si utilizzano grafi i cui archi sono etichettati con pesi che esprimono il grado di sussistenza delle relazioni stesse (*grafi pesati*).

L'aspetto forse più interessante di questo tipo di rappresentazione consiste nel fatto che essa permette di affrontare il problema [Q] in modo semplice e generale. Saranno infatti descritte le linee essenziali di un metodo standard che permette di strutturare la base di conoscenze come una rete (più precisamente, un *grafo diretto ed etichettato*), in cui ciascun fatto della base dati è rappresentato da un particolare *percorso* all'interno del grafo stesso. I rapporti di rilevanza fra i diversi fatti di cui è costituita la base di conoscenze sono quindi automaticamente rappresentati dai rapporti di connessione fra tali percorsi all'interno del grafo. Nel momento in cui il grafo si arricchisce di ulteriori percorsi, corrispondenti a nuovi fatti immessi nella base dati, tali nuovi percorsi entrano automaticamente in rapporto con i vecchi se ci sono fra loro punti di intersezione. È inoltre possibile definire in modo naturale una *misura della rilevanza fra due percorsi* (ovvero, fra i due fatti da essi rappresentati) considerando l'inverso della distanza media fra tutti i nodi dei due percorsi. Vedremo infine come tale misura si generalizzi naturalmente anche a grafi pesati, ovvero a quei grafi che includono almeno alcuni percorsi che rappresentano il sussistere di relazioni fuzzy.

La soluzione prospettata del problema [Q], basandosi sulla rappresentazione di fatti relazionali mediante particolari grafi diretti ed etichettati, presuppone in effetti che (*i*) ciascun fatto $f_i \in DB(t_k)$ $(0 \leq k)$ sia prima di tutto espresso mediante un opportuno enunciato semplice $R_i^n(o_1, o_2, \ldots, o_n)$ di un linguaggio del primo ordine o, in altri termini, che il fatto f_i sia opportunamente *formalizzato* a livello linguistico; (*ii*) l'enunciato formale $R_i^n(o_1, o_2, \ldots, o_n)$ sia quindi trasformato in un corrispondente grafo. I problemi (*i*) e (*ii*) sono stati tradizionalmente affrontati dalla ricerca sulle *reti semantiche* (Sowa 1991, 2000; Lehmann 1992) ma, più recentemente, anche nell'ambito dello sviluppo del *Semantic Web* (Antoniou e van Harmelen 2008; Yu 2007).

Siccome da un punto di vista astratto un grafo diretto ed etichettato può essere identificato con una famiglia di relazioni *binarie* su un dominio dato, il problema (*ii*) è in effetti equivalente a quello di (*ii'*) esprimere una relazione *n*-aria R_i^n mediante opportune relazioni binarie. Lo stesso problema sorge anche nell'ambito di linguaggi Semantic Web quali *RDF* e *OWL*, in cui le relazioni si limitano a relazioni binarie (Gómez-Pérez and Corcho 2002). Un apposito gruppo di lavoro del *World Wide Web Consortium* ha recentemente proposto (W3C 2006) modelli di ontologie per la rappresentazione di relazioni n-arie in questi linguaggi. Tale proposta è, sostanzialmente, un aggiornamento e un adattamento della soluzione tradizionale (Deliyanni e Kowalski 1979) ai linguaggi utilizzati per lo sviluppo del Semantic Web.

L'idea generale su cui tale soluzione si basa consiste nel trattare una relazione fra n oggetti come un'occorrenza individuale (*token*) di una speciale classe (chiamiamola la *classe-relazione*) introdotta appositamente, e di rappresentare quindi la relazione n-aria originaria introducendo altre n relazioni binarie, ciascuna delle quali mette in rapporto un oggetto con la particolare occorrenza individuale della classe-relazione. Questo tipo di soluzione del problema (*ii'*), tuttavia, non è adeguata per i nostri scopi per due ordini di motivi.

Il primo punto debole è che non viene dato un metodo univoco per generare, a partire dalla relazione n-aria, sia la classe-relazione che le n relazioni binarie. Ciò ha come conseguenza che le entità introdotte hanno un grado elevato di *arbitrarietà* in quanto, in ultima analisi, esse dipendono dal modo in cui si sceglie di interpretare la relazione n-aria di partenza.

Il secondo consiste nel fatto che questo approccio è sostanzialmente incapace di tener conto dell'*ordine* in cui gli n oggetti stanno nella relazione n-aria data. È altresì vero che il Gruppo di Lavoro del W3C ha proposto una soluzione per questo problema (W3C 2006), ma tale soluzione è ottenuta soltanto a costo di incrementare ulteriormente il numero delle entità arbitrariariamente introdotte nell'ontologia.

Per i motivi spiegati sopra, abbiamo prima di tutto elaborato un *nuovo* metodo per esprimere una relazione n-aria mediante relazioni binarie. Come vedremo, esso risolve in modo naturale sia il problema dell'arbitrarietà dell'ontologia, che quello dell'ordine.

Per quanto riguarda invece il problema (*i*), esso presenta una difficoltà simile a quella della scelta arbitraria dell'ontologia riscontrata relativamente al problema (*ii'*). In questo caso, si tratta di formalizzare opportunamente ciascun fatto relazionale $f_i \in DB(t_k)$, e ciò significa che si devono prima di tutto individuare gli n oggetti e la relazione n-aria R_i^n costitutivi del fatto stesso. Ma, supposto che il fatto f_i sia individuato mediante un enunciato singolare e_i del linguaggio comune, la formalizzazione di f_i non è in generale univoca, perché l'enunciato e_i può essere analizzato in molti modi diversi.

Per esempio, si consideri il fatto individuato dal seguente enunciato singolare: *Renzo è il protagonista maschile del romanzo I Promessi Sposi*. Qual è la relazione costitutiva di questo fatto e quanti e quali sono gli oggetti che stanno in tale relazione? La risposta più immediata che potrebbe essere data è che gli oggetti siano due, ovvero i due *individui Renzo* e *I Promessi*

Sposi, e che essi stiano nella relazione binaria *x è il protagonista maschile del romanzo* x_1.

Tuttavia, è evidente che questa non sia la sola analisi possibile dell'enunciato in questione perché, in effetti, la relazione binaria appena considerata può essere analizzata ulteriormente, essendo essa stessa costituita da un particolare rapporto fra le due *classi* denotate dai sostantivi *protagonista* e *romanzo* e la *proprietà* denotata dall'aggettivo *maschile*. Introducendo due variabili per classi, $\boldsymbol{C}$ e $\boldsymbol{C_1}$, e una variabile per proprietà P, possiamo rendere esplicita questa osservazione, sostenendo che la relazione costitutiva del fatto considerato sia in realtà a cinque posti, ovvero la relazione *x è il* $\boldsymbol{C}$ P *del* $\boldsymbol{C_1}$ x_1, e che anche gli oggetti siano cinque, ovvero i due individui *Renzo* e *I Promessi Sposi*, le due classi *protagonista* e *romanzo*, e la proprietà *maschile*.

Si noti infine che sono possibili anche tutte le analisi intermedie fra la prima, meno fine, e la seconda, più fine. Tali analisi intermedie si ottengono a seconda di quali fra i tre concetti *protagonista*, *romanzo* e *maschile* siano considerati come oggetti separati e quali, invece, siano inglobati all'interno della relazione.

La questione della non univocità della formalizzazione è particolarmente significativa in questo contesto, in quanto una formalizzazione più o meno fine dello stesso fatto tenderà, rispettivamente, a mettere in luce o oscurare quei rapporti con altri fatti che dipendono da quei concetti che sono, o non sono, considerati come oggetti a sé stanti. Quando poi tali diverse formalizzazioni siano trasformate nei corrispondenti grafi, esse daranno luogo a *misure diverse* della rilevanza fra due stessi fatti.

In generale, possiamo affermare che una misura della rilevanza sia tanto più accurata quanto più fine sia la formalizzazione dei fatti su cui essa si basa. Per questa ragione verrà adottato qui un particolare metodo di formalizzazione che, dato un qualunque fatto relazionale f_i, permetta di considerare come oggetti a sé stanti *tutti* gli *individui*, ma anche *tutte* le *classi* o *proprietà* (concetti), che risultino parti costitutive di quel fatto. Come vedremo, tale metodo permette anche di riprodurre a livello formale la struttura soggetto-predicato-complementi propria degli enunciati singolari che esprimono fatti relazionali nel linguaggio comune. Tale struttura è tipica in tutti e tre gli usi fondamentali del verbo essere, ovvero l'asserzione di uguaglianza (relazioni di *identità*, es. Venere è la stella della sera), la predicazione sostanziale (relazioni di *appartenenza* di oggetti a classi, es. Mozart è un compositore di Salisburgo) e la predicazione accidentale (relazioni di *inerenza* di proprietà a oggetti, es. Miró è spagnolo come Picasso).

2. Formalizzazione fine di enunciati singolari

Da qui in avanti assumeremo sempre che un qualunque fatto f_i della base di conoscenze $DB(t_k)$ $(0 \leq k)$ sia dato mediante un *enunciato singolare* del linguaggio comune della forma soggetto-predicato-complementi. Tali enunciati, in generale, assolvono a tre funzioni semantiche distinte: l'asserzione di uguaglianza, la predicazione sostanziale e la predicazione accidentale. Le prime due, a livello grammaticale, corrispondono all'uso di un predicato nominale; la terza, invece, può corrispondere sia a un predicato nominale che a uno verbale. Dal punto di vista semantico, l'asserzione di uguaglianza afferma la sussistenza di una relazione di *identità* fra due oggetti non necessariamente distinti, la predicazione sostanziale il sussistere di una relazione di *appartenenza* di un oggetto a una classe e, infine, la predicazione accidentale il sussistere di una relazione di *inerenza* di una proprietà a un oggetto. Si noti che, quando parliamo di un "*oggetto*" senza ulteriori specificazioni, intendiamo sempre, indifferentemente, un *individuo*, una *classe* o una *proprietà*. Alcuni esempi per ciascuno dei tre tipi di enunciato singolare serviranno per fissare le idee.

Esempio 1. Enunciati singolari

- Asserzione di uguaglianza (relazioni di identità)
  - 1.1. *Venere è Fosforo*
  - 1.2. *Fosforo è la stella del mattino*
  - 1.3. *12 è la somma di 7 e 5*
  - 1.4. *Il giovane Marx è l'autore dei Manoscritti Economico Filosofici*
  - 1.5. *Giovanni è il fratello maggiore di Bernardo*
- Predicazione sostanziale (relazioni di appartenza)
  - 1.6. *Tornatore è un regista*
  - 1.7. *Il dottor Rossini è un medico omeopata*
  - 1.8. *Aristotele è un allievo del grande filosofo Platone*
  - 1.9. *Giovanni è un cantante lirico*
- Predicazione accidentale (relazioni di inerenza)
  - 1.10. *Matteo nuota*
  - 1.11. *Il presidente francese Sarkozy ha visitato gli Stati Uniti con la moglie Carla*
  - 1.12. *Sara è affascinante*
  - 1.13. *Elena è sposata con Mario*
  - 1.14. *Elena è appassionata di opera lirica*

La formalizzazione dei tre tipi di enunciati singolari verrà attuata secondo le seguenti convenzioni.

1. Per le costanti si utilizzeranno sempre caratteri non in corsivo, eventualmente con indice numerico sottoscritto, anch'esso non in corsivo;
2. per le *variabili* si utilizzeranno sempre caratteri in corsivo, eventualmente con indice numerico sottoscritto, anch'esso in corsivo;
3. gli individui verranno sempre espressi mediante caratteri minuscoli. Esempi:
   a. c :≈ Carlo; “c” è una costante individuale;
   b. c_2 :≈ Camilla; “c_2” è un'altra costante individuale;
   c. “x”, “x_0”, “x_1”, “y”, “z” sono variabili individuali;
4. le **CLASSI** verranno sempre espresse mediante caratteri maiuscoli in grassetto. Esempi:
   a. **M** :≈ **MAMMIFERI**; “**M**” è una costante per classi;
   b. $\mathbf{M_0}$:≈ **MATTONI**; “$\mathbf{M_0}$” è un'altra costante per classi;
   c. “$\boldsymbol{X}$”, “$\boldsymbol{X_0}$”, “$\boldsymbol{X_1}$”, “$\boldsymbol{Y}$”, “$\boldsymbol{Z}$” sono variabili per classi;
5. le PROPRIETÀ verranno sempre espresse mediante caratteri maiuscoli. Esempi:
   a. B :≈ BUONO; “B” è una costante per proprietà;
   b. B_1 :≈ BELLO; “B_1” è un'altra costante per proprietà;
   c. “X”, “X_0”, “X_1”, “Y”, “Z” sono variabili per proprietà;
6. un oggetto (cioè un’entità che è o un individuo o una classe o una proprietà) sarà sempre espresso mediante caratteri in maiuscoletto. Esempi:
   a. “$\textsc{o}$”, “$\textsc{o}_0$”, “$\textsc{o}_1$”, “$\textsc{p}$”, “$\textsc{q}$” sono costanti per oggetti;
   b. “$\textit{\textsc{o}}$”, “$\textit{\textsc{o}}_0$”, “$\textit{\textsc{o}}_1$”, “$\textit{\textsc{p}}$”, “$\textit{\textsc{q}}$” sono variabili per oggetti;
7. come abbiamo visto, le relazioni sono di tre tipi, che corrispondono ai tre tipi di enunciati singolari: (a) relazioni di identità, (b) relazioni di appartenenenza, (c) relazioni di inerenza. Gli schemi sotto individuano tutte le possibili *forme relazionali*, ovvero tutte le possibili formule aperte che corrispondono a relazioni di ciascuno dei tre tipi. Negli schemi sotto i simboli all'interno delle parentesi sono *segnaposti*; se il segnaposto è del tipo $\textit{\textsc{o}}_j$, $(0 \leq j)$ il posto relativo può essere vuoto o occupato da una variabile dei quattro tipi ammessi, mentre per tutti gli altri segnaposti le eventuali variabili devono essere del tipo indicato dal segnaposto stesso (ovvero, o una variabile per classi o per proprietà). Tutte le variabili presenti devono essere distinte, ovvero, nessuna variabile può occorrere in posti diversi di uno stesso schema;
   a. le *forme di identità* rispettano tutte il seguente schema generale:
      $=(\boldsymbol{X_0}, X_0, \dots, \textit{\textsc{o}}_0 : \boldsymbol{X}, X, \dots : \boldsymbol{X_1}, X_1, \dots, \textit{\textsc{o}}_1; \boldsymbol{X_2}, X_2, \dots, \textit{\textsc{o}}_2; \dots)$
      dove i posti $\textit{\textsc{o}}_0$ e $\textit{\textsc{o}}_1$ devono sempre essere occupati; tutti gli altri posti possono essere vuoti o occupati. Tuttavia, se almeno uno dei posti

X, … è occupato, lo è anche il posto $\boldsymbol{X}$ e, per ogni j ($2 \leq j$), se almeno uno dei posti $\boldsymbol{X_j}$, X_j, … è occupato, allora lo è anche il posto o_j;

b. le *forme di appartenenza* rispettano tutte il seguente schema generale:
$\in(\boldsymbol{X_0}, X_0, \ldots, o_0 : \boldsymbol{X}, X, \ldots : \boldsymbol{X_1}, X_1, \ldots, o_1; \boldsymbol{X_2}, X_2, \ldots, o_2; \ldots)$
dove i posti o_0 e $\boldsymbol{X}$ devono sempre essere occupati; tutti gli altri posti possono essere vuoti, oppure occupati. Tuttavia, per ogni j ($1 \leq j$), se almeno uno dei posti $\boldsymbol{X_j}$, X_j, … è occupato, allora lo è anche il posto o_j;

c. le *forme di inerenza* rispettano tutte il seguente schema generale:
$\varepsilon(\boldsymbol{X_0}, X_0, \ldots, o_0 : X, \ldots : \boldsymbol{X_1}, X_1, \ldots, o_1; \boldsymbol{X_2}, X_2, \ldots, o_2; \ldots)$
dove i posti o_0 e X devono sempre essere occupati; tutti gli altri posti possono essere vuoti, oppure occupati. Tuttavia, per ogni j ($1 \leq j$), se almeno uno dei posti $\boldsymbol{X_j}$, X_j, … è occupato, allora lo è anche il posto o_j;

8. si noti che, in tutti e tre gli schemi al punto 7, i segnaposti all'interno delle parentesi sono divisi in tre gruppi, separati dal segno di interpunzione ":"; grammaticalmente, questi tre gruppi corrispondono al soggetto, al predicato e ai complementi di un enunciato. Essi, rispettivamente, sono detti *gruppo soggetto*, *gruppo predicato* e *gruppo complementi*;
9. in una forma di identità, i secondi due gruppi (predicato e complementi) corrispondono nel loro complesso a una *descrizione definita*; lo schema generale delle descrizioni definite corrispondenti alle forme di identità è il seguente:
$\boldsymbol{X}(X, \ldots : \boldsymbol{X_1}, X_1, \ldots, o_1; \boldsymbol{X_2}, X_2, \ldots, o_2; \ldots)$
10. analogamente, in una forma di appartenenza, i secondi due gruppi (predicato e complementi) corrispondono a una *descrizione indefinita*; lo schema generale delle descrizioni indefinite corrispondenti alle forme di appartenenza è il seguente:
$\boldsymbol{X}[X, \ldots : \boldsymbol{X_1}, X_1, \ldots, o_1; \boldsymbol{X_2}, X_2, \ldots, o_2; \ldots]$
11. si noti che nei tre schemi al punto 7, nonché in quelli ai punti 9 e 10, sono presenti gruppi del tipo $\boldsymbol{X_i}$, X_i, … , o_i; un gruppo di questo tipo è detto un *gruppo oggetto*. Si tenga presente che il corrispettivo di un gruppo oggetto nel linguaggio ordinario è costituito da un **NOME COMUNE**, qualificato da uno o più AGGETTIVI, e seguito da un nome proprio, dove il nome comune ha la funzione di apposizione del nome proprio. Esempi:
    a. il **ROMANZO** STORICO I Promessi Sposi ≈: **R**, S, p
    b. il GRANDE **IMPERATORE** ASBURGICO Carlo v ≈: **I**, G, A, c
12. il numero di posti (o arietà) di una forma relazionale non sarà indicato esplicitamente, ma sarà sempre desumibile dal numero di segni di interpunzione (due punti, virgole, e punti e virgola) all'interno delle parentesi della forma stessa; forme relazionali diverse dello stesso tipo e

con lo stesso numero di posti saranno distinte medianti sottoscritti (si vedano gli esempi al punto 13 sotto). Forme relazionali che differiscono soltanto per variabili dello stesso tipo sono da considerarsi identiche;

13. le forme relazionali del linguaggio comune verranno sempre indicate in corsivo; esse permettono di *interpretare*, in modo più o meno completo, le forme relazionali del linguaggio formale. Esempi:
    a. $\varepsilon(x : A : y)$:≈ *x gode della proprietà A y*, dove, a destra di ":≈", *A* può essere sostituito da un qualunque infinito presente attivo di un verbo transitivo; per es., "ascoltare" è una sostituzione ammessa, mentre "bello" non lo è;
    b. $\varepsilon_1(x : P : y)$:≈ *x gode della proprietà P da y*, dove, a destra di ":≈", *P* può essere sostituito da un qualunque infinito presente passivo di un verbo transitivo; per es., "essere amato" e "essere ascoltato" sono sostituzioni ammesse. Il sottoscritto "1" accanto alla "ε" serve a distinguere la forma relazionale di questo esempio da quella dell'esempio precedente; senza il sottoscritto, infatti, le due forme relazionali sarebbero identiche (si veda il punto 12);
    c. $\varepsilon(x : Y : \boldsymbol{N}, Z)$:≈ *x è Y di **N** Z*. Si noti che questa interpretazione, così come quelle dei due esempi precedenti, è incompleta, perché lascia aperta la possibilità che, per alcune combinazioni dei possibili valori delle variabili, l'enunciato a destra non risulti sensato (es. Valentina è GIOVANE di **FILM** SENTIMENTALI). In generale, quando un'interpretazione è incompleta, si intende che sono ammesse tutte e sole quelle *n*-uple di valori delle variabili che danno luogo a enunciati sensati del linguaggio comune;

14. l'interpretazione di un'espressione sarà sempre espressa mediante i segni ":≈" o "≈:", con l'espressione formale da interpretare dalla parte dei due punti ":" e con l'interpretazione nel linguaggio comune dall'altra parte (si vedano gli esempi ai punti 13, 11, 5, 4 e 3 sopra);

15. infine, per le definizioni si utilizzeranno invece gli usuali segni ":=" o "=:", con il *definiendum* dalla parte dei due punti ":" e il *definiens* dall'altra parte (per alcuni esempi, si veda il par. 2, definizioni (2), (3) e (4)). Nelle definizioni sia il definiendum che il definiens sono espressioni del linguaggio formale e il definiendum è sempre inteso come un'*abbreviazione* del definiens.

Utilizzando queste convenzioni, le formalizzazioni fini degli enunciati singolari dell'esempio 1 sono riportate sotto.

Esempio 2. Formalizzazioni degli enunciati dell'esempio 1

- Asserzione di uguaglianza (relazioni di identità)
  - 2.1. $=(v : f) :\approx$ Venere *è* Fosforo
  - 2.2. $=(f : \mathbf{S} : m_1) :\approx$ Fosforo *è la* **STELLA** *del* mattino
  - 2.3. $=_1(12 : \mathbf{S_1} : 7; 5) :\approx$ 12 *è la* **SOMMA** *di* 7 *e* 5
  - 2.4. $=_2(G, m_2 : \mathbf{A} : m_3) :\approx$ *Il* GIOVANE Marx *è l'* **AUTORE** *dei* Manoscritti Economico Filosofici
  - 2.5. $=(g : \mathbf{F}, M : b) :\approx$ Giovanni *è il* **FRATELLO** MAGGIORE *di* Bernardo
- Predicazione sostanziale (relazioni di appartenza)
  - 2.6. $\in(t : \mathbf{R}) :\approx$ Tornatore *è un* **REGISTA**
  - 2.7. $\in(\mathbf{D}, r : \mathbf{M}, O) :\approx$ *Il* **DOTTOR** Rossini *è un* **MEDICO** OMEOPATA
  - 2.8. $\in(a : \mathbf{A_1} : \mathbf{F_1}, G_1, p) :\approx$ Aristotele *è un* **ALLIEVO** *del* GRANDE **FILOSOFO** Platone
  - 2.9. $\in(g : \mathbf{C}, L) :\approx$ Giovanni *è un* **CANTANTE** LIRICO
- Predicazione accidentale (relazioni di inerenza)
  - 2.10. $\varepsilon(m_4 : N) :\approx$ Matteo NUOTA
  - 2.11. $\varepsilon(\mathbf{P}, F, s : V : s_1; \mathbf{M_1}, c) :\approx$ *Il* **PRESIDENTE** FRANCESE Sarkozy HA VISITATO *gli* Stati Uniti *con la* **MOGLIE** *Carla*
  - 2.12. $\varepsilon_1(s_2 : A_1) :\approx$ Sara *è* AFFASCINANTE
  - 2.13. $\varepsilon(e : S : m) :\approx$ Elena *è* SPOSATA *con* Mario
  - 2.14. $\varepsilon(e : A : \mathbf{O}, L) :\approx$ Elena *è* APPASSIONATA *di* **OPERA** LIRICA

3. Trasformazione di un enunciato formale in un grafo equivalente e rapporto di rilevanza fra due enunciati

Un enunciato che esprima una relazione a due posti può sempre essere trasformato in modo ovvio in un corrispondente grafo diretto ed etichettato. Per esempio, l'enunciato 2.12 corrisponde al grafo in figura 1.

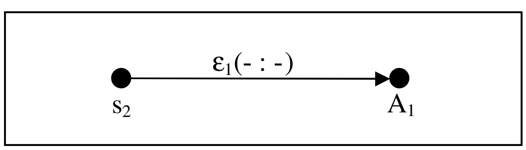

Figura 1 Grafo che rappresenta l'enunciato 2.12:
$\varepsilon_1(s_2 : A_1) :\approx$ Sara *è* AFFASCINANTE
L'etichetta "$\varepsilon_1(- : -)$" sta per la relazione a due posti $\varepsilon_1(x : Z) :\approx x$ *è* Z. La freccia etichettata indica che tale relazione sussiste fra il nodo s_2 (l'individuo Sara) e il nodo A_1 (la proprietà AFFASCINANTE).

Se però la relazione espressa da un enunciato ha più di due posti, la trasformazione non è così immediata, perché le frecce etichettate di un grafo orientato indicano soltanto la sussistenza di relazioni *binarie* fra i nodi che esse congiungono. Per questa ragione, è prima necessario riformulare l'enunciato utilizzando soltanto relazioni binarie, e poi trasformare questa riformulazione nel grafo corrispondente.

Abbiamo però visto (par. 1) che l'approccio tradizionale per rappresentare relazioni n-arie mediante relazioni binarie incorre in due tipi di difficoltà. In primo luogo, esso non fornisce un metodo univoco per *generare* le relazioni binarie a partire dalla relazione n-aria e, secondo, esso non assicura che la rappresentazione risultante preservi l'*ordine* in cui gli oggetti stanno nella relazione n-aria.

La domanda che ci poniamo è quindi la seguente. Dato un qualunque enunciato che esprima una relazione a n posti ($2 < n$), è possibile riformularlo mediante enunciati che esprimano soltanto relazioni a due posti, in modo tale che (*a*) tali relazioni binarie abbiano un rapporto generativo univoco e motivato con la relazione n-aria dell'enunciato di partenza e (*b*) l'ordine in cui gli oggetti stanno nella relazione n-aria sia preservato?

Per fissare le idee, consideriamo nuovamente l'enunciato 2.14:

$$\varepsilon(\mathrm{e} : \mathrm{A} \,:\, \mathbf{O},\ \mathrm{L}) :\approx \text{Elena } \textit{è} \text{ APPASSIONATA } \textit{di} \textbf{ OPERA} \text{ LIRICA} \qquad (1)$$

La relazione espressa da tale enunciato è a quattro posti, ovvero la relazione $\varepsilon(x : Y : \boldsymbol{N}, Z) :\approx x \text{ } è \text{ } Y \text{ } di \text{ } \boldsymbol{N} \text{ } Z$. I quattro oggetti $\mathrm{e} :\approx$ Elena, $\mathrm{A} :\approx$ APPASSIONATA, $\mathbf{O} :\approx$ **OPERA**, $\mathrm{L} :\approx$ LIRICA, insieme alla relazione quaternaria $\varepsilon(x : Y : \boldsymbol{N}, Z)$, ci permettono di definire tre nuove relazioni binarie nel seguente modo:

$$R_1(x, Y) := \varepsilon(x : Y : \mathbf{O},\ \mathrm{L}) \qquad (2)$$
$$R_2(Y, \boldsymbol{N}) := \varepsilon(\mathrm{e} : Y : \boldsymbol{N},\ \mathrm{L}) \qquad (3)$$
$$R_3(\boldsymbol{N}, Z) := \varepsilon(\mathrm{e} : \mathrm{A} : \boldsymbol{N},\ Z) \qquad (4)$$

Ma, in base a queste definizioni, si ha che l'enunciato (1) è *equivalente* alla congiunzione

$$R_1(\mathrm{e}, \mathrm{A}) \wedge R_2(\mathrm{A}, \mathbf{O}) \wedge R_3(\mathbf{O}, \mathrm{L}) \qquad (5)$$

La congiunzione (5) è proprio la riformulazione di (1) che stiamo cercando. Infatti, tutti e tre i congiunti esprimono una relazione binaria e (*a*) tali relazioni hanno un chiaro rapporto generativo con la relazione di partenza ε(*x* : *Y* : **N**, *Z*), in quanto esse sono addirittura *definite* mediante tale relazione; (*b*) l'ordine originario e, A, **O**, L può essere desunto dalla congiunzione (5) in quanto i tre congiunti sono concatenati mediante la proprietà A e la classe **O**.

La (5) può infine essere trasformata in un grafo diretto ed etichettato, che rappresenta quindi l'enunciato (1). Tale grafo è mostrato in figura 2.

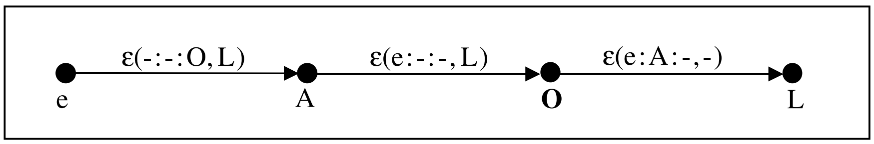

Figura 2 Grafo che rappresenta l'enunciato 2.14:
ε(e : A : **O**, L) :≈ Elena *è* APPASSIONATA *di* **OPERA** LIRICA (1)
L'etichetta "ε(-:-:O,L)" sta per la relazione a due posti $R_1(x, Y)$:= ε(*x* : *Y* : **O**, L). Analogamente, le altre due etichette stanno, rispettivamente, per le relazioni binarie definite da (3) e (4).

È evidente che il metodo appena descritto è completamente generale e permette in effetti di trasformare un qualunque enunciato che esprima una relazione a *n* posti ($2 < n$) in un corrispondente grafo connesso. I nodi del grafo rappresentano gli oggetti, nell'ordine in cui stanno nella relazione. Le etichette delle frecce rappresentano le $n-1$ relazioni binarie (definite mediante la relazione *n*-aria) che permettono di esprimere l'enunciato di partenza come una congiunzione di $n-1$ enunciati concatenati.

Rimane però ancora da vedere come possiamo trasformare in un corrispondente grafo anche un enunciato che esprima una relazione *fuzzy* a *n* posti ($2 < n$). Tali enunciati differiscono da quelli classici o *crisp* soltanto perché a ciascuno di essi è univocamente associato un peso *p* appartenente all'intervallo reale [0, 1]. Per fissare le idee, supponiamo di rendere fuzzy l'enunciato (1) associandogli un certo peso, per es. $p = 0{,}8$. In generale, il peso di un enunciato lo scriveremo a destra dell'enunciato stesso, inserendo fra l'enunciato e il suo peso una barretta verticale. Assegnando il peso 0,8 all'enunciato (1) otteniamo quindi:

ε(e:A:**O**,L)|0,8 :≈ Elena *è* APPASSIONATA *di* **OPERA** LIRICA|0,8 (6)

Il grafo che rappresenta l'enunciato fuzzy (6) è mostrato in figura 3. Esso differisce dal grafo dell'enunciato crisp (1) (figura 2) soltanto per il fatto che il peso $p = 0{,}8$ è stato inserito a destra dell'etichetta di ciascuna freccia.

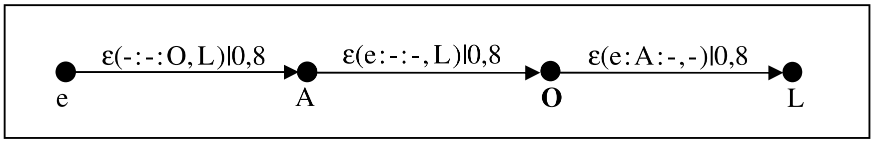

Figura 3 Grafo che rappresenta l'enunciato fuzzy:
ε(e : A : **O**, L)|0,8 :≈ Elena *è* APPASSIONATA *di* **OPERA** LIRICA|0,8 (6)
Il peso dell'enunciato è riportato a destra dell'etichetta di ciascuna freccia.

La figura 4 è il grafo che rappresenta gli enunciati 2.5, 2.9 e 2.13. In generale, in un grafo che rappresenta più enunciati, ciascuno di essi corrisponde a un ben preciso *percorso* all'interno del grafo. La prima freccia di un tale percorso è sempre riconoscibile dall'etichetta con i due trattini completamente a sinistra; analogamente, l'ultima freccia ha l'etichetta con i due trattini completamente a destra. Gli enunciati rappresentati da un grafo sono tanti quante le etichette con i trattini completamente a sinistra (destra). Si noti anche che, in generale, una stessa freccia può avere più di un'etichetta; ciò si verifica se essa appartiene a due o più percorsi che rappresentano enunciati diversi.

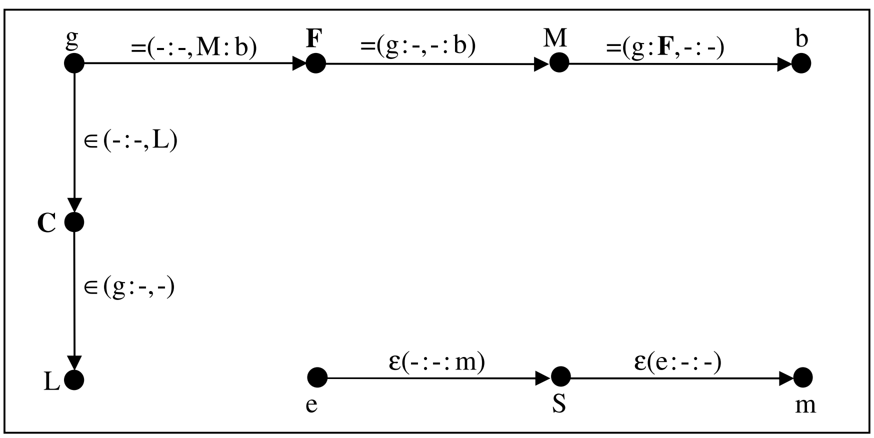

Figura 4 Grafo che rappresenta gli enunciati:
2.5. =(g : **F**, M : b) :≈ Giovanni *è il* **FRATELLO** MAGGIORE *di* Bernardo
2.9. ∈(g : **C**, L) :≈ Giovanni *è un* **CANTANTE** LIRICO
2.13. ε(e : S : m) :≈ Elena *è* SPOSATA *con* Mario

Intuitivamente, gli enunciati 2.5 e 2.9 stanno in un rapporto di rilevanza reciproca, perché riguardano entrambi Giovanni; l'enunciato 2.13, al contario, non ha alcun rapporto di rilevanza né con 2.5 né con 2.9. Ciò è immediatamente mostrato dai *rapporti di connessione* fra i *percorsi* corrispondenti nel grafo che rappresenta tutti e tre gli enunciati (figura 4). I percorsi che rappresentano 2.5 e 2.9 sono infatti connessi, mentre quello che rappresenta 2.13 è disconnesso da entrambi gli altri due.

L'osservazione precedente è in realtà indipendente dal caso specifico considerato. In generale, possiamo infatti affermare che due enunciati appartenenti alla formalizzazione di una base dati $DB(t_k)$ $(0 \leq k)$ sono in un rapporto di rilevanza reciproca se, e solo se, i percorsi corrispondenti nel grafo che rappresenta tutta $DB(t_k)$ sono connessi.

Si noti quindi che il rapporto di rilevanza fra due enunciati non dipende soltanto dai due enunciati considerati, ma anche da *tutti gli altri* enunciati che fanno parte della formalizzazione della base dati $DB(t_k)$. Ciò implica che, se la base dati si modifica, anche il rapporto di rilevanza fra due stessi enunciati può cambiare, perché i percorsi corrispondenti possono diventare connessi se non lo erano o, viceversa, disconnettersi se in precedenza erano connessi. Il primo tipo di cambiamento è mostrato dalla figura 5.

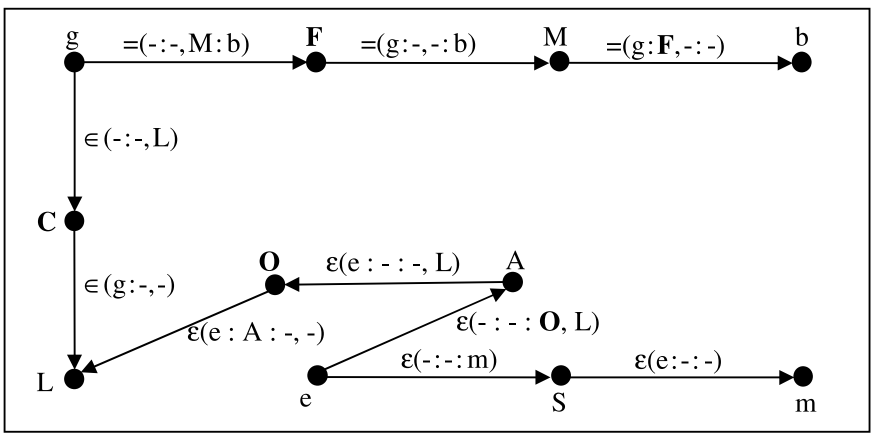

Figura 5 Grafo che rappresenta gli enunciati:

2.5. =(g : **F**, M : b) :≈ Giovanni *è il* **FRATELLO** MAGGIORE *di* Bernardo

2.9. ∈(g : **C**, L) :≈ Giovanni *è un* **CANTANTE** LIRICO

2.13. ε(e : S : m) :≈ Elena *è* SPOSATA *con* Mario

2.14. ε(e : A : **O**, L) :≈ Elena *è* APPASSIONATA *di* **OPERA** LIRICA

La base dati rappresentata dal grafo di figura 5 differisce da quella del grafo di figura 4 soltanto per l'enunciato 2.14, che è stato aggiunto. La presenza di tale enunciato modifica i precedenti rapporti di rilevanza fra l'enunciato 2.13 e gli enunciati 2.9. e 2.5. Adesso, il percorso che rappresenta 2.13 risulta connesso sia a quello di 2.9 che a quello di 2.5, seppure solo indirettamente, attraverso il percorso che rappresenta il nuovo enunciato 2.14. Dunque, in questo nuovo contesto, l'enunciato 2.13 risulta in un rapporto di rilevanza reciproca sia con 2.9 che con 2.5.

4. Misura della rilevanza fra due percorsi

Abbiamo appena visto che, nel contesto della base dati rappresentata in figura 5, l'enunciato 2.13 risulta in un rapporto di rilevanza reciproca sia con l'enunciato 2.5 che con 2.9 e anche, ovviamente, con 2.14. Tuttavia, da un punto di vista intuitivo, è chiaro che questi tre rapporti non sono alla pari, ma risultano graduati in un ordine decrescente: il rapporto di rilevanza più forte è con 2.14 e seguono poi, nell'ordine, 2.9 e 2.5.

È possibile render conto in modo esatto di queste e altre osservazioni intuitive riguardanti la forza o il grado di un rapporto di rilevanza, introducendo in modo naturale una *misura* della rilevanza fra due percorsi. Tale misura si basa sulla generalizzazione a due qualsiasi percorsi connessi della *metrica* standard per i grafi diretti.

In un grafo diretto, un *percorso* è una successione finita di k ($2 \leq k$) nodi (anche ripetuti) tale che due qualsiasi nodi successivi siano uniti da una freccia, indipendentemente dal suo orientamento; frecce di orientamento opposto che uniscano gli stessi due nodi sono identificate. Per *lunghezza di un percorso* si intende il numero delle frecce (anche ripetute) del percorso stesso. Si noti che, in base a queste definizioni, la lunghezza minima di un percorso è 1.

In un grafo diretto, si definisce in modo standard la *distanza d fra due nodi connessi* x_1 e x_2 nel seguente modo: se $x_1 \neq x_2$, $d(x_1, x_2)$ è la lunghezza del percorso minimo che connette i due nodi; altrimenti, $d(x_1, x_2) := 0$. Per esempio, nel grafo in figura 5, la distanza fra il nodo S e il nodo **F** è 7. Se X è l'insieme dei nodi di un grafo diretto e connesso, è immediato verificare che, con questa definizione di d, (X, d) verifica gli usuali assiomi di uno *spazio metrico*.

D'ora in poi, considereremo anche ciascun singolo nodo di un grafo diretto come un percorso (di lunghezza 0), e indicheremo un percorso arbitrario con la notazione $x_1 ... x_k$ ($1 \leq k$). È allora possibile generalizzare la metrica standard, definendo la *distanza δ fra due percorsi connessi* $x_1 ... x_k$ e $y_1 ... y_m$ nel seguente modo: se i due percorsi sono distinti, la loro distanza è uguale alla distanza media fra tutti i nodi dei due percorsi; altrimenti, la loro distanza è 0.

Siano $x_1 ... x_k$ e $y_1 ... y_m$ due percorsi connessi. Se $x_1 ... x_k \neq y_1 ... y_m$,

$$\delta(x_1 ... x_k, y_1 ... y_m) := (\textstyle\sum_{i = x_1 ... x_k} \sum_{j = y_1 ... y_m} d(x_i, y_j)) \,/\, km \qquad (7.1)$$

altrimenti, $\delta(x_1 ... x_k, y_1 ... y_m) := 0$ (7.2)

Se P è l'insieme di tutti i percorsi di un grafo diretto e connesso, non è difficile verificare che, in base a (7.1) e (7.2), (P, δ) risulta uno spazio metrico. Si noti anche che, nel caso in cui ambedue i percorsi si riducano a un solo nodo, le (7.1) e (7.2) si riducono alla definizione di d.

Avendo definito la distanza fra due percorsi connessi qualunque, possiamo infine definirne la rilevanza ρ come l'inverso della distanza. Se invece i percorsi sono disconnessi, la loro rilevanza è 0.

Se $x_1 ... x_k$ e $y_1 ... y_m$ sono connessi,

$$\rho(x_1 ... x_k, y_1 ... y_m) := 1 / \delta(x_1 ... x_k, y_1 ... y_m) \qquad (8.1)$$

altrimenti, $\rho(x_1 ... x_k, y_1 ... y_m) := 0$ (8.2)

Vediamo adesso il risultato dell'applicazione di questa misura della rilevanza ai percorsi in figura 4 che rappresentano gli enunciati 2.5, 2.9 e 2.13, e a quelli in figura 5 che rappresentano gli stessi enunciati più l'enunciato 2.14 (tabella 1).

Tabella 1 Rilevanza ρ fra i percorsi che rappresentano gli enunciati 2.5, 2.9, 2.13 (figura 4) e 2.5, 2.9, 2.13, 2.14 (figura 5)

ρ	**2.5**	**2.9**	**2.13**	
2.5	∞	0,4	0	
2.9	0,4	∞	0	
2.13	0	0	∞	

ρ	**2.5**	**2.9**	**2.13**	**2.14**
2.5	∞	0,4	$0{,}1\underline{3}$	0,25
2.9	0,4	∞	0,2	0,4
2.13	$0{,}1\underline{3}$	0,2	∞	0,4
2.14	0,25	0,4	0,4	∞

Si noti che l'aggiunta dell'enunciato 2.14 modifica come ci si apettava la misura della rilevanza fra 2.13 e 2.5, 2,9. Inoltre, le misure della rilevanza fra 2.13 e 2.14, 2.9, 2.5 sono in ordine decrescente, come atteso.

Resta infine da vedere come possiamo misurare la rilevanza fra due percorsi quando essi rappresentino enunciati fuzzy, e quindi almeno alcune frecce di tali percorsi abbiano uno o più pesi. Si tenga presente che la possibilità che una stessa freccia abbia più pesi si verifica perché una stessa freccia può far parte di due diversi percorsi che rappresentano enunciati fuzzy diversi.

In generale, la presenza di un peso su una freccia indica che la connessione prodotta da quella freccia si è attenuata, in misura tanto maggiore quanto più piccolo è il peso. Ma l'attenuazione di una connessione può essere pensata come un allungamento della freccia stessa. Dunque, in definitiva, la presenza di frecce con pesi allunga il percorso di cui quelle frecce fanno parte. Se una freccia ha più di un peso, si considera soltanto il suo peso maggiore, in quanto i pesi minori porterebbero ad attenuazioni maggiori della stessa connessione.

Queste considerazioni intuitive possono essere rese esatte modificando la definizione di *lunghezza di un percorso* nel seguente modo. In un grafo diretto ed eventualmente pesato, la lunghezza di un percorso $x_1...x_k$, indicata da $l(x_1...x_k)$, è uguale alla somma degli inversi dei pesi massimi di ciascuna freccia (anche ripetuta) del percorso; se una freccia non ha pesi, si intende che il suo peso massimo sia 1. Si noti che, nel caso dei grafi non pesati, questa definizione si riduce a quella precedente, perché $l(x_1...x_k)$ risulta uguale al numero delle frecce (anche ripetute) del percorso $x_1...x_k$.

La nuova definizione di lunghezza di un percorso permette di applicare le definizioni di distanza (7) e rilevanza (8) anche a grafi diretti pesati. Un esempio di tale grafo è mostrato in figura 6.

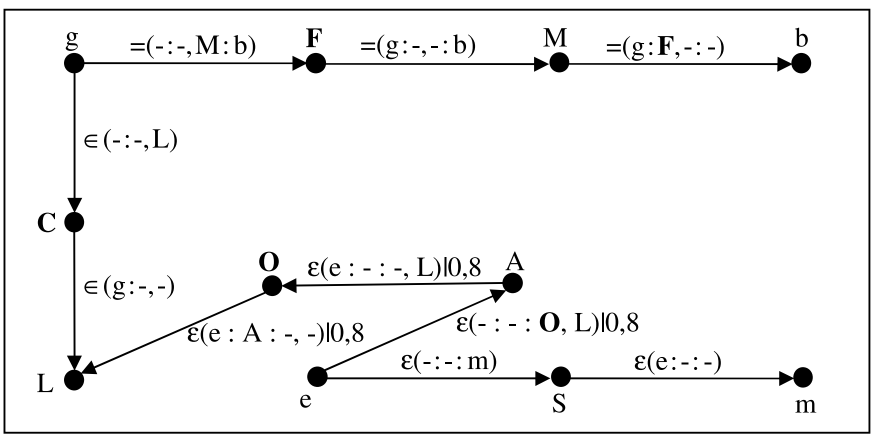

Figura 6 Grafo pesato che rappresenta gli enunciati:

2.5. =(g : **F**, M : b) :≈ Giovanni *è il* **FRATELLO** MAGGIORE *di* Bernardo

2.9. ∈(g : **C**, L) :≈ Giovanni *è un* **CANTANTE** LIRICO

2.13. ε(e : S : m) :≈ Elena *è* SPOSATA *con* Mario

ε(e : A : **O**, L)|0,8 :≈ Elena *è* APPASSIONATA *di* **OPERA** LIRICA|0,8 (6)

Il grafo pesato in figura 6 differisce da quello in figura 5 soltanto per il fatto che l'enunciato crisp 2.14 è stato sostituito con il corrispondente fuzzy (6). Da un punto di vista intuitivo, ci aspettiamo quindi che le misure della rilevanza che dipendono dal percorso pesato e,A,**O**,L diminuiscano, perché la lunghezza di tale percorso è aumentata. Le misure della rilevanza relative alle figure 5 e 6 sono riportate in tabella 2, ed esse si comportano nel modo atteso. Si noti infatti che l'unica misura che non dipende dal percorso e,A,**O**,L è quella del rapporto fra 2.5 e 2.9, ed è proprio essa l'unica misura che non diminuisce.

Tabella 2 Rilevanza ρ fra i percorsi che rappresentano gli enunciati 2.5, 2.9, 2.13, 2,14 (figura 4) e 2.5, 2.9, 2.13, (6) (figura 5)

ρ	**2.5**	**2.9**	**2.13**	**2.14**
2.5	∞	0,4	$0{,}1\underline{3}$	0,25
2.9	0,4	∞	0,2	0,4
2.13	$0{,}1\underline{3}$	0,2	∞	0,4
2.14	0,25	0,4	0,4	∞

ρ	**2.5**	**2.9**	**2.13**	**(6)**
2.5	∞	0,4	0,12	0,19
2.9	0,4	∞	0,17	0,35
2.13	0,12	0,17	∞	0,35
(6)	0,19	0,35	0,35	∞

5. Osservazioni conclusive e prospettive di sviluppo

Abbiamo visto come sia possibile rappresentare una base dati $DB(t_k)$ $(0 \leq k)$ mediante un particolare tipo di grafo pesato ed etichettato, in modo tale che i rapporti di rilevanza fra i dati si modifichino automaticamente, via via che la base dati stessa cambia. È quindi possibile ipotizzare di dotare una base dati di questo tipo di un motore di ricerca semantico, sensibile anche a informazione di tipo fuzzy, che permetta di recuperare soltanto l'informazione più rilevante rispetto a un certo oggetto (individuo, proprietà o classe), a un fatto o, più in generale, a insiemi di oggetti o fatti.

Sono però ipotizzabili anche altri sviluppi di questo tipo di approccio. In primo luogo, la base dati potrebbe essere dotata di un motore inferenziale che permetta di arricchire il grafo che la rappresenta con ulteriori percorsi, non appena nuovi fatti vengano immessi nella base dati stessa. Un motore inferenziale di questo tipo potrebbe basarsi su un particolare tipo di regole di inferenza, che si applichino a enunciati singolari, ovvero non composti mediante connettivi o quantificatori. Queste *regole di inferenza locali* sfrutterebbero il particolare modo di formalizzare gli enunciati singolari che abbiamo adottato e, in particolare, la complessità della struttura delle forme relazionali ammesse in questo tipo di formalizzazione. Data la loro complessità, sono possibili vari tipi di rapporti logici fra tali forme relazionali, che possono essere esplicitati mediante opportune regole di inferenza.

Un'altra linea di sviluppo riguarda la possibilità di ampliare il tipo di fatti ammissibili nella base dati. In particolare, il problema che si pone naturalmente è se sia possibile generalizzare questo tipo di approccio a fatti che siano dati mediante enunciati composti con gli usuali connettivi logici o mediante quantificatori. In questa sede possiamo soltanto accennare al fatto che la risposta a questa domanda è positiva, in quanto si possono adattare a questo tipo di rappresentazione diversi metodi che permettono di esprimere mediante grafi un qualsiasi enunciato di un linguaggio del primo ordine.

Infine, una volta che sia stata implementata la possibilità di rappresentare anche enunciati composti e generalizzati, il motore inferenziale potrà essere a sua volta arricchito con vari tipi di regole più tradizionali, sia di tipo enunciativo che predicativo.

Riferimenti bibliografici

Antoniou G. e van Harmelen F., 2008, *A Semantic Web Primer*, II ed., Cambridge, MA: The MIT Press, Cambridge, MA.

Lehmann F. (a c. di), 1992, *Semantic Networks in Artificial Intelligence*, Pergamon Press, Oxford.

Deliyanni A. e Kowalski R. A., 1979, *Logic and Semantic Networks*, in "Communications of the ACM", 22, 3, 184-192.

Gómez-Pérez A. e Corcho O., 2002, *Ontology Languages for the Semantic Web*, in "IEEE Intelligent Systems", January/February, 54-60.

Klir G. J. e Yuan B., 1995, *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications*, Prentice Hall PTR, Saddle River, NJ.

Sowa J. F. (a c. di), 1991, *Principles of Semantic Networks: Explorations in the Representation of Knowledge*, Morgan Kaufmann Publishers, San Mateo, CA.

Sowa J. F., 2000, *Knowledge Representation: Logical, Philosophical, and Computational Foundations*, Brooks Cole Publishing Co., Pacific Grove, CA.

Yu L., 2007, *Introduction to Semantic Web and Semantic Web Services*, Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, FL.

W3C, 2006, *Defining N-ary Relations on the Semantic Web*, W3C Working Group Note, 12 April 2006, URL = <http://www.w3.org/TR/2006/NOTE-swbp-n-aryRelations-20060412/>.

Zimmerman H. J., 1991, *Fuzzy Set Theory and Its Applications*, Kluwer A.P., Norwell, MA.