

LA FISICA CHE NON C'È

(COME COSTRUIRE LO SPAZIO FISICO)

(versione ridotta)

INTRODUZIONE

Le fantasie sviluppate con ferreo rigore coerente formano la matematica; quella più insistente tra esse è l'idea di Spazio comune. Esso non è facile da formalizzare con le indicazioni fornite dalle tre parole chiave che guidano, in genere, l'argomentazione: definizione, consistenza, proprietà.

La definizione aiuta, perché separa ciò che tratta dal resto **ed evita di parlare d'ogni cosa che infine equivale a parlare di nulla**. La consistenza garantisce la sua concretezza oggettiva, individuabile e localizzabile nella dialettica critica che si stabilisce tra chi dice e chi ascolta. E infine le proprietà che permettono di esso un uso.

Si è spesso parlato di Spazio-Tempo o anche di Spazio-Materia per manifestare l'incompletezza del ragionamento se, lo Spazio, è isolato all'interno della sola geometria; ma ciò conduce a un'idea complessa di esso, esuberante dall'esperienza immediata e travalica anche la geometria di Euclide (compresi i suoi ripensamenti) con diversi aspetti nel suo manifestarsi.

La geometria analitica, infatti, tratta la misura di una distanza prendendo due punti, simulacri d'una materia schematizzata posta in luoghi diversi; d'altra parte non è raro associare lo spazio al viaggio, al movimento che lo attraversa allo scorrere del "tempo". È ovunque.

Un approccio possibile è quello tecnico (meccanico-costruttivista), quello usato quando si intraprende un lavoro su un oggetto: "Non so cosa sia, ma so benissimo in che modo è fatto".

In altre parole si definisce come elemento primitivo; il nominarlo trova tutti d'accordo su cosa s'intende senza aggiungere nient'altro.

I punti d'uno Spazio sono a loro volta, per il momento, elementi primitivi e permettono attraverso la misura della "distanza" tra coppie di essi, un numero in sintesi, di passare a una sua "immagine" fatta con i reali e quindi si rendono disponibili all'indagine le operazioni più comuni.

PARTE I

Ci sono, intanto, due operazioni: la somma e il prodotto tra coppie di reali per ottenere un reale (operazioni chiuse).

SOMMA $a+b=s$ **PRODOTTO** $c*d=p$

le quali rispettano le seguenti proprietà:

- | | | |
|---|-------------------------|-------------------------|
| 1. Commutativa | $a+b=b+a$ | $b*d= d*b$ |
| 2. Associativa | $a+(b+c)=(a+b)+c=a+b+c$ | $a*(b*c)=(a*b)*c=a*b*c$ |
| 3. Distributiva (prodotto rispetto alla somma) | | $a*(b+c)=a*b+a*c$ |

I termini della somma si chiamano addendi quelli del prodotto fattori; i risultati, ovviamente, si chiamano rispettivamente somma e prodotto.

Si aggiunge una proprietà particolare e transitiva dei numeri reali e di tutti i suoi sottoinsiemi: l'ORDINAMENTO; nel senso che, comunque due reali diversi è possibile dire quale è il più grande.

I reali x sono una rappresentazione consolidata dei punti d'una retta o di quelli presi su una linea curva continua; sono un'immagine "completa" d'uno spazio a una sola dimensione.

S'introduce la definizione di PROIEZIONE con la seguente: $x' = a * x$ Il punto x è proiettato in x' attraverso il prodotto con la costante a .

La stessa relazione vista come una sequenza $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, dove: $x_{n+1} = a * x_n$, è detta TRANSIZIONE nello spazio mono-dimensionale.

TRANSIZIONI e PROIEZIONI sono diversi aspetti di una stessa realtà operativa; possiamo usare indistintamente i due termini nella descrizione dell'azione che esercitano.

In generale qualunque operazione si può intendere fatta su numeri, che però, sono meglio specificati in rapporto all'operazione che li usa. Infatti, si è parlato di numeri reali intendendo per SOMMA e PRODOTTO le ben note operazioni consuete.

Conosciamo anche la SOMMA e il PRODOTTO tra matrici e queste operano su "numeri" che in sostanza sono collezioni di $(n \times m)$ reali ordinati in n righe e m colonne ciascuno dei quali è componente della matrice. Possiamo dire per essi semplicemente matrici.

Complicando ulteriormente le cose si può parlare di matrici a componenti matrici anche con più livelli di nidificazione purché la sostituzione iterata delle componenti conduca a una matrice di reali. In tali operazioni le proprietà espresse per i reali in qualche parte sono da ritoccare per il prodotto, in particolare non vale la proprietà commutativa, ma: $(A * B)^T = B^T * A^T$ dove la lettera "T" all'apice della matrice indica l'operazione di trasposta: scambio delle righe con le colonne; nel caso di componenti matrici si aggiunge di sostituire le componenti con le rispettive trasposte.

Con le matrici possiamo pensare in generale a Spazi pluridimensionali introducendo n reali ordinati, $(x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_n)$, rappresentativi di un punto preso in esso.

FORME

Accanto alle transizioni è utile introdurre le FORME di $X = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n)$ coordinate generiche in uno Spazio n dimensionale o in generale X variabile matrice di $(n \times m)$ dimensioni (m punti di uno Spazio n dimensionale).

Se $X(n \times m)$ è una matrice "variabile" e $A(n \times w)$ una matrice "costante" allora:

- $A^T * X^0 = A^T * E$ è una FORMA di ORDINE ZERO (FdO_0) di X e si scrive $A^T = FdO_0[X]$
- $A^T * X$ è una FORMA di ORDINE UNO (FdO_1) di X e si scrive $A^T * X = FdO_1[X]$
- $FdO_N[X] = [FdO_{N-1}[X]]^T * FdO_1[X]$ è una FORMA di ORDINE N (FdO_N) di X

I termini "variabile" e "costante" sono usati, soltanto, per distinguere i ruoli differenti delle matrici contenute nella FORMA. Si pone l'attenzione sulle FORME d'ORDINE pari e in particolare su quelle d'ordine 2:

$$FdO_2[X] = X^T * \beta^T * X$$

Una FORMA di X è conforme se ha la stessa dimensione di X .

- Se FdO_1 è conforme A è quadrata
- Se, per $N > 1$, FdO_N è conforme X è quadrata

La relazione $X' = P_N[X]$, dove $P_N[X]$ è una $FdO_N[X]$, è una PROIEZIONE di ORDINE N di X in X' .

Una PROIEZIONE è una TRASFORMAZIONE CONFORME $X' = TC_N[X]$ o semplicemente TRASFORMAZIONE se:

- X' e X hanno le stesse dimensioni, la FORMA $TC_N[X]$ è CONFORME
- Esiste una $TCI_N[X'] = X$ (esiste la trasformazione inversa)

Non esistono TC_N con $N > 1$, perché l'inversa non è unica, pertanto le TRANSIZIONI (TRASFORMAZIONI) CONFORMI hanno la seguente espressione:

$$X_n = A * X_{n-1} \quad \text{con } A \text{ quadrata dotata di un'unica inversa.}$$

La relazione è formalmente identica a quella dello spazio mono-dimensionale e la comprende per $X(1 \times 1)$.

Con gli strumenti introdotti si può cominciare a “sagomare” lo Spazio.

La prima esigenza è descrivere il movimento di un oggetto, inteso come l'applicazione ai suoi punti di una TRANSIZIONE.

Durante il “moto” la TRANSIZIONE colloca ogni volta l'oggetto (insieme di punti) in diverse posizioni con discontinuità; questo deve in ogni modo risultare distinguibile nelle varie posizioni con una o più sue identità e non deve essere confondibile con oggetti diversi che appaiono e scompaiono in “momenti” successivi.

In pratica le TRANSIZIONI nello spazio non devono alterare alcune caratteristiche dell'oggetto che possono chiamarsi INVARIANTI.

In primo luogo il numero di componenti deve restare immutato e ciò è garantito dalle TRANSIZIONI CONFORMI.

INVARIANTI

Possiamo usare le FORME, qualificate per i punti dell'oggetto, e richiedere ad alcune di queste di restare INVARIANTI durante la TRANSIZIONE.

Si ha quindi una TRANSIZIONE $X_n = A * X_{n-1}$, dove X è un generico punto dell'oggetto che assume le posizioni $X_0 \dots X_n \dots$, una qualunque forma $FdO_N[X]$ è INVARIANTE se comunque presi in $X_0 \dots X_n \dots$ due posizioni X_i, X_j allora $FdO_N[X_i] = FdO_N[X_j]$.

-Qualunque FORMA è INVARIANTE per la TRANSIZIONE identità: $X_n = E * X_{n-1}$ (E è la matrice unità).

-Gli INVARIANTI di ordine 1 sono solo quelli relativi alla TRANSIZIONE identità.

Una relazione molto interessante si ottiene per le FORME d'ORDINE due:

$$FdO_2[X] = X^T * I * X \text{ è INVARIANTE per } X_n = A * X_{n-1}, \text{ cioè}$$

$$X_i^T * I * X_i = X_j^T * I * X_j \text{ comunque } i \text{ e } j \quad \text{se e solo se} \quad A^T * I * A = I$$

C'è quindi un legame tra la matrice I che caratterizza la FORMA INVARIANTE di ORDINE 2 e la matrice A della transizione; nota l'una si può determinare l'altra.

SPAZI ORTOGONALI E RELATIVISTICI

Lo spazio più semplice è quello in cui $I = E$ quindi $A^T * A = E$ oppure $A^T = A^{-1}$:

“l'inversa è uguale alla trasposta”; questo spazio è detto ORTOGONALE.

Si osserva che A deve essere quadrata.

La relazione $A^T * A = E$ si può specificare in funzione delle componenti di A che per semplicità è supposta matrice di reali:

$$\sum_{k=1}^n a_{i,k}^T * a_{k,j} = \sum_{k=1}^n a_{k,i} * a_{k,j} = \begin{cases} 0 & \text{se } i = j \\ 1 & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad \text{Si osserva che: } \sum_{k=1}^n a_{k,i} * a_{k,j} = \sum_{k=1}^n a_{k,j} * a_{k,i}$$

(osservazione: Il prodotto di due reali è commutativo)

Il numero di relazioni distinte che si possono scrivere con le precedenti, è pari al numero di coppie non ordinate di indici (osservazione precedente) che si possono formare con n numeri senza ripetizione più le n coppie che ripetono l'indice:

$$\binom{n}{2} + n = \frac{n * (n - 1)}{2} + n$$

il numero di queste relazioni sono inferiori alle n^2 componenti di A; pertanto si devono fissare arbitrariamente $n^2 - n - n*(n-1)/2 = n*(n-1)/2$ componenti di A.

La seguente tabella, calcolo della relazione precedente, evidenzia un fatto importante:

n	1	2	(3)	4	5	6
$\frac{n * (n - 1)}{2}$	0	1	(3)	6	10	15

La dimensione tre è particolare rispetto alle altre: il numero di componenti indipendenti è uguale al numero di componenti di una riga o colonna; anche se esse, in genere, non coincidono con le tre componenti una riga o una colonna di A.

Lo SPAZIO CARTESIANO(SC) è uno SPAZIO ORTOGONALE in quanto la conservazione delle distanze nelle TRANSIZIONI ($x^2+y^2+z^2$), individua E quale matrice dell'INVARIANTE ($A_i^T * E * A_i = E$) come nelle TRANSIZIONI ORTOGONALI.

La conservazione dell'INVARIANTE $x^2+y^2+z^2$ si riassume affermando che le transizioni in questione sono "rotazioni trigonometriche" di sistemi rigidi rispetto all'origine del riferimento. Se lo SC è curvo, cioè se le "traslazioni" in questo Spazio, poiché anch'esse sono movimenti rigidi, si devono considerare corrispondenti a rotazioni rispetto a un riferimento "molto distante"; allora si deduce la caratteristica tridimensionale di SC; infatti, se SC ha dimensione 1, una "traslazione" in esso, cosa concepibile concettualmente, "x varia", corrisponderebbe a una rotazione rispetto a un riferimento lontano non posto certo in SC, in quanto in SC di dimensione 1 non sono ammesse rotazioni (tabella precedente); tale riferimento deve quindi trovarsi fuori da SC, rivelando con ciò che SC di dimensione 1 è un Sottospazio, appartiene a uno Spazio contenitore.

Tale Spazio contenitore non può essere quello ORTOGONALE di dimensione 2, perché in esso sono consentite due traslazioni indipendenti, "x e y variano", e una sola rotazione; se quest'unica rotazione permettesse entrambe le "traslazioni", quest'ultime non sarebbero indipendenti ma una risulterebbe proporzionale all'altra.

Pertanto l'unico Spazio che permette "traslazioni" indipendenti, tante quante sono le dimensioni dello spazio, è la dimensione 3 che ha 3 transizioni (rotazioni) indipendenti possibili; questa specificità identifica lo SPAZIO ORTOGONALE di dimensione 3 come SPAZIO CARTESIANO(SC), lo spazio geometrico comunemente usato (geometria euclidea), però esso è grande quanto si vuole ma finito (geometria non euclidea).

SC non individua però lo spazio fisico, la cui nozione sensitiva, diretta e strumentale, è alquanto complessa e trova in SC un primo approccio.

Per n maggiore di 3 le transizioni, rotazioni, eccedono le dimensioni dello spazio. Esistono cioè "rotazioni" intorno a "dimensioni" sulle quali non sono ammesse traslazioni; si può dire che queste sono dimensioni collassate; ma è solo un modo di dire.

Per lo Spazio RELATIVISTICO vale l'intero discorso fatto per quello ORTOGONALE con la sostituzione della matrice E, assegnata alla matrice I dell'INVARIANTE, con una matrice ricavata

da E sostituendo in una posizione k della diagonale principale un 1 con -1 ; k è chiamato indice relativistico. Possiamo indicare questa matrice con $E(-1).k$, o brevemente $E.k$, dove k è l'indice relativistico (La forma più corrente è quella dello spazio quadridimensionale con -1 in quarta posizione).

Nuovamente si scrive la relazione dell'invariante:

$$A^T * E.k * A = E.k$$

(In generale: $A * E.k$ si ottiene da A cambiando segno alla k^{ma} colonna e $E.k * E.k = E$)

Moltiplicando, a destra, ambo i membri per $E.k$:

$$(A^T * E.k) * (A * E.k) = E \quad (A^T * E.k) = (A * E.k)^{-1}$$

Si arriva quindi alla seguente definizione di Spazio RELATIVISTICO:

-L'inversa della matrice ottenuta da A, RELATIVISTICA, cambiando segno alla k^{ma} colonna è uguale alla trasposta di A con la k^{ma} colonna cambiata di segno.

Due affermazioni per le MATRICI ORTOGONALI (MO) e tre per le RELATIVISTICHE (MR) permettono agevolmente di comporre:

Per le MO

Affermazione 1 MO: -Se in una MO $A(n \times n)$ si aggiunge una riga e una colonna di componenti nulle fatta eccezione della componente comune che deve essere 1, allora la matrice ottenuta è ORTOGONALE di dimensione $[(n+1) \times (n+1)]$.

Affermazione 2 MO: -Se A e B sono MO della stessa dimensione $A * B$ è MO.

Per le MR

Affermazione 1 MR: -Se in una MR $A(n \times n)$ di indice relativistico k, si aggiunge una coppia riga-colonna avente, sia la riga che la colonna, tutte le componenti nulle fatta eccezione di quella comune uguale a 1 e poste entrambe prima della colonna e riga corrispondente all'indice relativistico k, allora la matrice così fatta è una MR di dimensione $[(n+1) \times (n+1)]$ e di indice relativistico corrispondente alla posizione che nella nuova matrice hanno le componenti della riga (o colonna) k di A, cioè $k+1$.

(analoga affermazione vale se la riga e la colonna aggiunte si collocano oltre la riga e la colonna k)

Affermazione 2 MR: -Se in una MO $A(n \times n)$ si aggiunge una coppia riga-colonna aventi tutte le componenti nulle fatta eccezione di quella comune uguale a 1 e poste, sia la riga che la colonna, nella stessa posizione m, cioè la componente comune 1 si trova sulla diagonale principale, allora la matrice così fatta è come già visto MO ma è anche MR di dimensione $[(n+1) \times (n+1)]$ e di indice relativistico m.

Affermazione 3 MR: -Se due matrici A e B sono MR con lo stesso indice relativistico k allora anche $A * B$ è MR con lo stesso indice relativistico.

Dalle definizioni si deducono le matrici di dimensione (1×1) e (2×2) :

MATRICI ORTOGONALI

$$MO(1 \times 1) = \pm 1$$

$$MOc(2 \times 2) = \begin{vmatrix} c & s \\ -s & c \end{vmatrix} \quad MOa(2 \times 2) = \begin{vmatrix} c & s \\ s & -c \end{vmatrix} \quad \text{dove } c^2 + s^2 = 1$$

con le quali si procede immediatamente alla costruzione di quelle a 3... dimensioni:

$$MO(3 \times 3) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_x & s_x \\ 0 & -s_x & c_x \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} c_y & 0 & s_y \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_y & 0 & c_y \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} c_z & s_z & 0 \\ -s_z & c_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c_y * c_z & c_y * s_z & s_y \\ -c_x * s_z - s_x * s_y * c_z & c_x * c_z - s_x * s_y * s_z & s_x * c_y \\ s_x * s_z - c_x * s_y * c_z & -s_x * c_z - c_x * s_y * s_z & c_x * c_y \end{vmatrix}$$

Si osserva che la matrice MO(3x3) dipende da sei parametri, ma soltanto tre sono indipendenti in quanto:

$$c_x^2 + s_x^2 = 1 \quad c_y^2 + s_y^2 = 1 \quad c_z^2 + s_z^2 = 1$$

È scontato constatare che c e s rappresentano il coseno e il seno dell'angolo di rotazione effettuato da un passo della transizione.

$$MO(4 \times 4) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{xy} & s_{xy} \\ 0 & 0 & -s_{xy} & c_{xy} \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{xz} & 0 & s_{xz} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -s_{xz} & 0 & c_{xz} \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{xL} & s_{xL} & 0 \\ 0 & -s_{xL} & c_{xL} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} c_{yz} & 0 & 0 & s_{yz} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s_{yz} & 0 & 0 & c_{yz} \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} c_{yL} & 0 & s_{yL} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -s_{yL} & 0 & c_{yL} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} c_{zL} & s_{zL} & 0 & 0 \\ -s_{zL} & c_{zL} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

MATRICI RELATIVISTICHE

$$MR(1 \times 1) = \pm 1$$

$$MRc(2 \times 2) = \begin{vmatrix} ch & sh \\ sh & ch \end{vmatrix} \quad MRa(2 \times 2) = \begin{vmatrix} ch & sh \\ -sh & -ch \end{vmatrix} \quad \text{dove } ch^2 - sh^2 = 1$$

Senza eccedere nel dettaglio, se le Affermazioni concernenti l'espansione si usano con la componente aggiunta uguale a 1 posta in diagonale principale, condizione equilibrata intuitivamente e indispensabile per le MR ottenute da MO, e inoltre se si usa l'applicazione ripetuta della stessa per espandere le matrici 2x2 fino alla dimensione della matrice in composizione, si può constatare che: il numero di parametri indipendenti per costruire una MO di dimensione n è n*(n-1)/2 (tabella delle componenti indipendenti di A), ed è pari al numero delle possibili collocazione degli n-2 "1" nelle n posizioni della diagonale principale (le due locazioni libere vanno occupate dalle righe e colonne della matrice 2x2 di partenza).

Infatti, queste sono le combinazioni di n posizioni a gruppi di n-2 congruente con il numero di combinazioni di n posizioni a 2 a 2 (le due righe o le due colonne della matrice 2x2 di partenza), cioè n*(n-1)/2.

Le n*(n-1)/2 matrici espansive dalla dimensione 2x2 fino alla dimensione nxn, così individuate, contengono ognuna un parametro indipendente (c e s più una relazione c²+s²=1 per le MO di reali "e analoghe per MR") che diventeranno gli n*(n-1)/2 parametri richiesti alla matrice di ordine n. Però mentre nella composizione di MO il discorso è sufficiente, tutti i fattori sono MO, nelle MR dovendo tutti i fattori avere lo stesso indice relativistico, supposto senza perdere in generalità uguale n, pertanto la seconda riga e seconda colonna delle matrici (2x2)(riga e colonna corrispondente all'indice relativistico delle MR(2x2) di partenza) nell'espansione fino a n verrebbero spinte in n^{ma} posizione. Quindi tale posizione è indisponibile per le componenti "1" da

aggiungere. Per questi $n-2$ "1", restano disponibili $n-1$ posti e non più n , per un totale di: $(n-1)!/[(n-2)!*(n-1-n+2)!]=(n-1)$ diverse combinazione degli $n-2$ "1" in $n-1$ posti. Mancano quindi $[n*(n-1)/2-(n-1)]\equiv(n-2)*(n-1)/2$ MR espanse che non possono ricavarsi da MR(2x2) ma possono provenire da MO(2x2).

Se tale risultato si confronta con la tabella delle componenti indipendenti si ottiene:

n	1	2	3	4	5	6	7	dimensione
$n*(n-1)/2$	0	1	3	6	10	15	21	Componenti indipendenti
$(n-2)*(n-1)/2$	0	0	1	3	6	10	15	n° di componenti ortogonali MO→MR

La terza riga ha valori corrispondenti alla seconda riga in posizione $n-1$

$$MR(3 \times 3) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & ch_x & sh_x \\ 0 & sh_x & ch_x \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} ch_y & 0 & sh_y \\ 0 & 1 & 0 \\ sh_y & 0 & ch_y \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} c_z & s_z & 0 \\ -s_z & c_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

La dimensione $n=4$ è equilibrata: tre parametri derivano da MO e tre da MR; tale struttura, con indice relativistico 4, è rappresentata p.es. come segue:

$$MR(4 \times 4) = \begin{vmatrix} c_{zL} & s_{zL} & 0 & 0 \\ -s_{zL} & c_{zL} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} c_{yL} & 0 & s_{yL} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -s_{yL} & 0 & c_{yL} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{xL} & s_{xL} & 0 \\ 0 & -s_{xL} & c_{xL} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} ch_{yz} & 0 & 0 & sh_{yz} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ sh_{yz} & 0 & 0 & ch_{yz} \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ch_{xz} & 0 & sh_{xz} \\ 0 & sh_{xz} & 1 & ch_{xz} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ch_{xy} & sh_{xy} \\ 0 & 0 & sh_{xy} & ch_{xy} \end{vmatrix}$$

Naturalmente ch e sh sono il coseno e il seno iperbolici di uno stesso argomento.

Semplici passaggi possono portare a formule più consuete e anche unificare "formalmente" le MO e le MR(versione estesa).

PARTE II

MATRICI COMMUTATIVE

Con le matrici si è persa, nel prodotto, la proprietà commutativa dei reali; in particolare vale: $(A*B)^T = B^T * A^T$. Però, per esempio, nelle due dimensioni le matrici del tipo:

$$MOc(2 \times 2) = \begin{vmatrix} c & s \\ -s & c \end{vmatrix}$$

sono commutative e rappresentano, di fatto, i numeri complessi $(c+i*s)$. Questa particolarità induce a verificare se esistono altri insiemi di MATRICI COMMUTATIVE (MC).

La risposta è affermativa per matrici di qualunque dimensione.

Il processo per trovarle è lungo e laborioso e coinvolge la definizione di spazio vettoriale. Ci si accontenta della loro consistenza riportando alcuni esempi.

I seguenti rappresentano schemi di matrici commutative da cui comunque si assegnano i valori a $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \dots$ si ottengono insiemi di matrici commutative nello Spazio (x_1, x_2, \dots) :

$$MC(2 \times 2) \equiv \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ \alpha_2 * x_2 & x_1 \end{pmatrix}$$

Per $\alpha_2 = -1$ si ottiene il numero complesso inoltre se $x^2 + y^2 = 1$ si ottiene MOc(2 x 2).

$$MC(3 \times 3) \equiv \begin{pmatrix} x1 & x2 & x3 \\ \alpha2 * x3 & x1 & \frac{\alpha2}{\alpha3} * x2 \\ \alpha2 * x2 & \alpha3 * x3 & x1 \end{pmatrix}$$

$$MCa(4 \times 4) \equiv \begin{bmatrix} x1 & x2 & x3 & x4 \\ \alpha2 * x3 & x1 & \frac{\alpha2}{\alpha3} * x4 & \frac{\alpha2}{\alpha4} * x2 \\ \alpha2 * x2 & \alpha4 * x4 & x1 & \alpha3 * x3 \\ \frac{\alpha2 * \alpha4}{\alpha3} * x4 & \alpha4 * x3 & \frac{\alpha2}{\alpha3} * x2 & x1 \end{bmatrix}$$

$$MCb(4 \times 4) \equiv \begin{bmatrix} x1 & x2 & x3 & x4 \\ \alpha2 * x4 & x1 & \frac{\alpha2}{\alpha3} * x2 & \frac{\alpha2}{\alpha4} * x3 \\ \frac{\alpha2 * \alpha3}{\alpha4} * x3 & \alpha3 * x4 & x1 & \frac{\alpha2}{\alpha4} * x2 \\ \alpha2 * x2 & \alpha3 * x3 & \alpha4 * x4 & x1 \end{bmatrix}$$

$$MCa(5 \times 5) \equiv \begin{bmatrix} x1 & x2 & x3 & x4 & x5 \\ \alpha2 * x3 & x1 & \frac{\alpha2}{\alpha3} * x4 & \frac{\alpha2}{\alpha4} * x5 & \frac{\alpha2}{\alpha5} * x2 \\ \alpha2 * x2 & \alpha5 * x5 & x1 & \alpha3 * x3 & \alpha4 * x4 \\ \frac{\alpha2 * \alpha5}{\alpha3} * x5 & \frac{\alpha4 * \alpha5}{\alpha3} * x4 & \frac{\alpha2}{\alpha3} * x2 & x1 & \alpha4 * x3 \\ \frac{\alpha2 * \alpha5}{\alpha3} * x4 & \alpha5 * x3 & \frac{\alpha2 * \alpha5}{\alpha3 * \alpha4} * x5 & \frac{\alpha2}{\alpha4} * x2 & x1 \end{bmatrix}$$

$$MCb(5 \times 5) \equiv \begin{bmatrix} x1 & x2 & x3 & x4 & x5 \\ \alpha2 * x3 & x1 & \frac{\alpha2}{\alpha3} * x5 & \frac{\alpha2}{\alpha4} * x2 & \frac{\alpha2}{\alpha5} * x4 \\ \alpha2 * x2 & \alpha4 * x4 & x1 & \alpha5 * x5 & \alpha3 * x3 \\ \frac{\alpha2 * \alpha4}{\alpha3} * x5 & \alpha4 * x3 & \frac{\alpha2 * \alpha4}{\alpha3 * \alpha5} * x4 & x1 & \frac{\alpha2}{\alpha5} * x2 \\ \frac{\alpha2 * \alpha4}{\alpha3} * x4 & \frac{\alpha4 * \alpha5}{\alpha3} * x5 & \frac{\alpha2}{\alpha3} * x2 & \alpha5 * x3 & x1 \end{bmatrix}$$

$$MCc(5 \times 5) \equiv \begin{bmatrix} x1 & x2 & x3 & x4 & x5 \\ \alpha2 * x4 & x1 & \frac{\alpha2}{\alpha3} * x2 & \frac{\alpha2}{\alpha4} * x5 & \frac{\alpha2}{\alpha5} * x3 \\ \frac{\alpha2 * \alpha3}{\alpha4} * x5 & \alpha3 * x4 & x1 & \frac{\alpha2 * \alpha3}{\alpha4 * \alpha5} * x3 & \frac{\alpha2}{\alpha5} * x2 \\ \alpha2 * x2 & \alpha3 * x3 & \alpha5 * x5 & x1 & \alpha4 * x4 \\ \frac{\alpha2 * \alpha3}{\alpha4} * x3 & \frac{\alpha3 * \alpha5}{\alpha4} * x5 & \alpha5 * x4 & \frac{\alpha2}{\alpha4} * x2 & x1 \end{bmatrix}$$

$$Mcd(5 \times 5) \equiv \begin{bmatrix} x1 & x2 & x3 & x4 & x5 \\ \alpha2 * x4 & x1 & \frac{\alpha2}{\alpha3} * x5 & \frac{\alpha2}{\alpha4} * x3 & \frac{\alpha2}{\alpha5} * x2 \\ \frac{\alpha2 * \alpha5}{\alpha4} * x5 & \frac{\alpha3 * \alpha5}{\alpha4} * x3 & x1 & \frac{\alpha2}{\alpha4} * x2 & \alpha3 * x4 \\ \alpha2 * x2 & \alpha5 * x5 & \alpha4 * x4 & x1 & \alpha3 * x3 \\ \frac{\alpha2 * \alpha5}{\alpha4} * x3 & \alpha5 * x4 & \frac{\alpha2}{\alpha3} * x2 & \frac{\alpha2 * \alpha5}{\alpha3 * \alpha4} * x5 & x1 \end{bmatrix}$$

$$Mce(5 \times 5) \equiv \begin{bmatrix} x1 & x2 & x3 & x4 & x5 \\ \alpha2 * x5 & x1 & \frac{\alpha2}{\alpha3} * x2 & \frac{\alpha2}{\alpha4} * x3 & \frac{\alpha2}{\alpha5} * x4 \\ \frac{\alpha2 * \alpha3}{\alpha5} * x4 & \alpha3 * x5 & x1 & \frac{\alpha2}{\alpha4} * x2 & \frac{\alpha2 * \alpha3}{\alpha4 * \alpha5} * x3 \\ \frac{\alpha2 * \alpha3}{\alpha5} * x3 & \frac{\alpha3 * \alpha4}{\alpha5} * x4 & \alpha4 * x5 & x1 & \frac{\alpha2}{\alpha5} * x2 \\ \alpha2 * x2 & \alpha3 * x3 & \alpha4 * x4 & \alpha5 * x5 & x1 \end{bmatrix}$$

$$Mcf(5 \times 5) \equiv \begin{bmatrix} x1 & x2 & x3 & x4 & x5 \\ \alpha2 * x5 & x1 & \frac{\alpha2}{\alpha3} * x4 & \frac{\alpha2}{\alpha4} * x2 & \frac{\alpha2}{\alpha5} * x3 \\ \frac{\alpha2 * \alpha4}{\alpha5} * x4 & \frac{\alpha3 * \alpha4}{\alpha5} * x3 & x1 & \alpha3 * x5 & \frac{\alpha2}{\alpha5} * x2 \\ \frac{\alpha2 * \alpha4}{\alpha5} * x3 & \alpha4 * x5 & \frac{\alpha2}{\alpha3} * x2 & x1 & \frac{\alpha2 * \alpha4}{\alpha3 * \alpha5} * x4 \\ \alpha2 * x2 & \alpha4 * x4 & \alpha5 * x5 & \alpha3 * x3 & x1 \end{bmatrix}$$

Intanto si può osservare che:

- gli Spazi ORTOGONALI, fatta eccezione di uno dei due a dimensione 2 (TRANSIZIONE con un numero complesso nel piano), non sono commutativi.

- le matrici commutative in ogni riga e in ogni colonna hanno tutte le componenti indipendenti dello Spazio; questa è una proprietà, non discussa per brevità, degli “spazi vettoriali” completamente assente in MO e MR di dimensione da 2 in poi; infatti, i parametri c e s o ch e sh presenti in una riga di MO o MR non sono indipendenti.

- le operazioni tra matrici applicate alle matrici commutative rispettano tutte le proprietà espresse per i numeri reali, naturalmente fatta eccezione per l'ORDINAMENTO che però manca anche per i numeri complessi.

MATRICI ANTICOMMUTATIVE

Riprendendo la questione dello Spazio, l'INVARIANTE non è sufficiente a completare la descrizione degli oggetti “immersi” in esso; infatti, questi non si esauriscono nel solo “movimento” ma interagiscono. Tale interazione in senso universale è caratterizzata dalla reciprocità: **“l'azione che un oggetto fa su un altro è uguale e contraria a quella che il secondo fa sul primo”**.

Pertanto la loro rappresentazione, fatta attraverso prodotti tra MATRICI, deve passare per alcune di queste che sono ANTICOMMUTATIVE:

$$A*B=-B*A$$

“Purtroppo” schemi o insiemi di matrici ANTICOMMUTATIVE non esistono (in generale). Infatti, se per assurdo sia \$ uno di tali insiemi e in esso si prende la matrice A, questa deve essere anticommutativa con se stessa, ma nello stesso momento qualunque matrice è commutativa con se stessa allora vale sia $A*A=A*A$ che $A*A=-A*A$ quindi $A*A=|0|$. Se A è dotata di inversa $A=|0|$, A è singolare contraddizione.

Questa contraddizione si elimina introducendo la definizione di insieme \$ di MATRICI GENERICAMENTE ANTICOMMUTATIVE (matrici di reali per semplicità), che possiamo chiamare brevemente MATRICI ANTICOMMUTATIVE (MA), l'insieme delle matrici tali che, comunque si prendono in esso due elementi A e B vale:

$$A*B=\div(B*A)$$

dove il simbolo \div è un'operazione su matrici quadrate che cambia segno a tutte le componenti che non si trovano sulla diagonale principale, lasciando queste ultime inalterate.

Il processo per ottenere gli schemi di insiemi \$ è costruito dentro la definizione di spazio vettoriale e non è immediato. Ci si accontenta della consistenza; c'è uno schema per la dimensione (2x2):

$$MA(2 \times 2) = \begin{pmatrix} x & y \\ \mu * y & -x \end{pmatrix} \text{ paragonabile a quello MC corrispondente } MC(2 \times 2) = \begin{pmatrix} x & y \\ \alpha * y & x \end{pmatrix}$$

Per $\mu=-1$, da MA si ottiene “il numero complesso iperbolico” invece da MC se $\alpha=-1$ e se $x^2+y^2=1$ si ottiene il numero complesso $(x+i*y)$ commutativo.

E poi ci sono 4 schemi di matrici per la dimensione 4; però è opportuno considerare i quattro schemi seguenti che contengono quelli ANTICOMMUTATIVI, ma in generale non lo sono:

$$\begin{aligned}
 \$1 &\equiv \begin{vmatrix} L & \frac{x}{\sqrt{\varepsilon}} & \frac{y}{\sqrt{\mu}} & \frac{z}{\sqrt{\varepsilon*\mu}} \\ -\sqrt{\varepsilon}*x & L & -\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}*z & \frac{y}{\sqrt{\mu}} \\ -\sqrt{\mu}*y & \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}*z & L & -\frac{x}{\sqrt{\varepsilon}} \\ -\sqrt{\varepsilon*\mu}*z & -\sqrt{\mu}*y & \sqrt{\varepsilon}*x & L \end{vmatrix} & \$2 &\equiv \begin{vmatrix} -x & \frac{L}{\sqrt{\varepsilon}} & -\frac{z}{\sqrt{\mu}} & \frac{y}{\sqrt{\varepsilon*\mu}} \\ -\sqrt{\varepsilon}*L & -x & -\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}*y & -\frac{z}{\sqrt{\mu}} \\ -\sqrt{\mu}*z & -\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}*y & x & \frac{L}{\sqrt{\varepsilon}} \\ \sqrt{\varepsilon*\mu}*y & -\sqrt{\mu}*z & -\sqrt{\varepsilon}*L & x \end{vmatrix} \\
 \\
 \$3 &\equiv \begin{vmatrix} -y & \frac{z}{\sqrt{\varepsilon}} & \frac{L}{\sqrt{\mu}} & -\frac{x}{\sqrt{\varepsilon*\mu}} \\ \sqrt{\varepsilon}*z & y & -\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}*x & -\frac{L}{\sqrt{\mu}} \\ -\sqrt{\mu}*L & -\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}*x & -y & -\frac{z}{\sqrt{\varepsilon}} \\ -\sqrt{\varepsilon*\mu}*x & \sqrt{\mu}*L & -\sqrt{\varepsilon}*z & y \end{vmatrix} & \$4 &\equiv \begin{vmatrix} z & \frac{y}{\sqrt{\varepsilon}} & -\frac{x}{\sqrt{\mu}} & -\frac{L}{\sqrt{\varepsilon*\mu}} \\ \sqrt{\varepsilon}*y & -z & -\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}*L & \frac{x}{\sqrt{\mu}} \\ -\sqrt{\mu}*x & \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}*L & -z & \frac{y}{\sqrt{\varepsilon}} \\ \sqrt{\varepsilon*\mu}*L & \sqrt{\mu}*x & \sqrt{\varepsilon}*y & z \end{vmatrix}
 \end{aligned}$$

Lo Spazio derivato dai quattro schemi precedenti è a 4 dimensioni (x,y,z,L) ; il riferimento generico a uno dei precedenti schemi o a insiemi di matrici da esso ricavati, fissando i valori dei parametri ε e μ , è fatto con la lettera \$ priva di indice; in pratica \$ indica l'unione dei precedenti schemi o degli insiemi deducibili.

Sono opportune le seguenti Osservazioni per i precedenti schemi (4x4):

- 1) I quattro schemi possono ristrutturarsi in matrici (2x2) a componenti matrici (2x2); in tal caso le componenti appartengono o a MA(2x2) o MC(2x2).
- 2) **Se la componente $L=0$, i quattro schemi $\$i$ diventano $\$i^\circ$ e sono ANTICOMMUTATIVI nel senso che: fissati i valori per ε e μ comunque presi due punti dello spazio $(x1,y1,z1,0)$ e $(x2,y2,z2,0)$**

$$A_i^\circ(x1,y1,z1,0)*B_i^\circ(x2,y2,z2,0) = \div [B_i^\circ(x2,y2,z2,0)*A_i^\circ(x1,y1,z1,0)] \quad \text{con } i=1,2,3,4 \text{ e } A_i, B_i \text{ di } \$i^\circ$$

- 3) - comunque prese due matrici in \$ il loro prodotto è in \$ (chiusura del prodotto)
- comunque prese due matrici in $\$i$ il loro prodotto è in $\$1$
- comunque prese due matrici in $\$^\circ$ (unione degli $\$i^\circ$) il loro prodotto non è in $\$^\circ$
- **comunque prese due matrici in $\$i^\circ$ il loro prodotto (ANTICOMMUTATIVO) non è in $\$i^\circ$ ne in $\$1^\circ$ ma è in $\$1$**

Qualunque sia A matrice originata da \$, unione dei quattro $\$i$, si definisce coniugata di A, e si scrive \underline{A} , la matrice ottenuta da A cambiando segno alle componenti L; $\underline{A} \in \$$ se $A \in \$$ e $\div A = -\underline{A}$.

Il prodotto di due matrici in \$ è chiuso, il dettaglio dell'appartenenza è mostrato nella seguente tabella:

A×B A∈\$ _i e B∈\$ _j	\$ ₁	\$ ₂	\$ ₃	\$ ₄
\$ ₁	\$ ₁	\$ ₂	\$ ₃	\$ ₄
\$ ₂	\$ ₂	\$ ₁	\$ ₄	\$ ₃
\$ ₃	\$ ₃	\$ ₄	\$ ₁	\$ ₂
\$ ₄	\$ ₄	\$ ₃	\$ ₂	\$ ₁

Di tutti questi prodotti sono ANTICOMMUTATIVI (per ora) soltanto quelli il cui risultato si trova sulla diagonale principale della tabella se, in essi, si annullano le componenti L dei fattori.

Una formulazione analitica della tabella è fatta con la funzione intera di interi $\Omega(i,j)$ (in pratica gli indici della precedente Tabella):

$\Omega(i,j) \rightarrow j$ $\downarrow i$	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	1	4	3
3	3	4	1	2
4	4	3	2	1

e una nuova operazione \div_i su matrice (4x4) che cambia segno alle componenti corrispondenti alle componenti non L di $\$_i$ (i=1,2,3,4), allora:

$$-1) A_i * B_j \in \$_{\Omega(i,j)} \text{ se } A_i \in \$_i \text{ e } B_j \in \$_j.$$

$$-2) A_i^\circ * B_j^\circ = + \div_{\Omega(i,j)} (B_j^\circ * A_i^\circ) = - \underline{B_j^\circ * A_i^\circ} \text{ se } i=1 \text{ o } j=1 \text{ o } i=j$$

$$A_i^\circ * B_j^\circ = - \div_{\Omega(i,j)} (B_j^\circ * A_i^\circ) = + \underline{B_j^\circ * A_i^\circ} \text{ altrimenti}$$

Se si introducono le seguenti operazioni simmetriche rispetto agli indici i,j:

$$[\pm]_{i,j} = \begin{cases} + \div_{\Omega(i,j)} \\ - \div_{\Omega(i,j)} \end{cases} \quad (\pm)_{i,j} = \begin{cases} + \\ - \end{cases} \quad (\mp)_{i,j} = \begin{cases} - & \text{se } i=1 \text{ o } j=1 \text{ o } i=j \\ + & \text{altrimenti} \end{cases}$$

La 2) si sintetizza nella seguente e costituisce una generalizzazione della definizione di MATRICE ANTICOMMUTATIVA

$$A_i^\circ * B_j^\circ = [\pm]_{i,j} (B_j^\circ * A_i^\circ) = (\mp)_{i,j} \underline{B_j^\circ * A_i^\circ} \quad \forall i, j \in (1,2,3,4)$$

Oppure con gli indici impliciti:

$$A^\circ * B^\circ = (\mp) \underline{B^\circ * A^\circ}$$

Dove il segno superiore vale per A° e B° prese dalla prima riga, prima colonna e diagonale principale della tabella dei prodotti; il segno inferiore vale nelle altre locazioni.

Accanto agli schemi di matrici $\$$ è utile considerare le seguenti quattro matrici costanti dedotte da $\$$ ponendo $x=y=z=0$ e $L=1$:

$$\begin{aligned}
\$1 &\equiv \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} &
\$2 &\equiv \begin{vmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} & 0 & 0 \\ -\sqrt{\varepsilon} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \\ 0 & 0 & -\sqrt{\varepsilon} & 0 \end{vmatrix} &
\$3 &\equiv \begin{vmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{\mu}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{\mu}} \\ -\sqrt{\mu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{\mu} & -0 & 0 \end{vmatrix} &
\$4 &\equiv \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon*\mu}} \\ 0 & 0 & -\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} & 0 \\ 0 & \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} & 0 & 0 \\ \sqrt{\varepsilon*\mu} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}
\end{aligned}$$

$$(M_1=E, M_{i \neq 1} M_i * M_i = -E, M_i^{-1} = -M_i).$$

Si scrive $M_{A_i} = L_{A_i} * M_i$; vale la seguente: $\$i = \$1 * M_i$.

Le matrici \$ sono matrici di reali nulla cambia, in riferimento al sottoinsieme ANTICOMMUTATIVO \$°, se le componenti sono tutte immaginarie. In particolare, poiché \$° ha la componente L=0, si è interessati a componenti miste dove L è immaginaria e x,y,z sono reali o viceversa; in questo caso le componenti devono intendersi matrici (2x2) quindi \$(8x8):

$$\text{Componente reale } \begin{vmatrix} r & 0 \\ 0 & r \end{vmatrix} = r * E(2 \times 2) \quad \text{Componente immaginaria } \begin{vmatrix} 0 & s \\ -s & 0 \end{vmatrix}$$

Questo comporta introdurre in \$ componenti complesse provenienti da prodotti tra matrici miste; però di queste solo quelle a componenti reali per x,y,z costituiscono il sottoinsieme anticommutativo se L=0.

Per rendere il discorso meno astratto si adotta una terminologia presa in prestito dalla fisica che però non concede l'automatica identificazione dei due argomenti rimanendo comunque nell'ambito delle fantasie coerenti (con le somme e prodotti di reali).

CARATTERISTICHE

Il prodotto $A * \underline{A}$ con $A \in \$$ è una matrice diagonale le cui componenti non nulle sono tutte uguali. Tale valore si può chiamare CARATTERISTICA-ENERGETICA, o semplicemente CARATTERISTICA Ψ di A.

Se $A^\circ \in \$^\circ$ la CARATTERISTICA $A^\circ * A^\circ$ si specifica con Ψ° .

I valori delle caratteristiche per gli schemi $\$i$, indicati rispettivamente con Ψ_i sono:

$$-\Psi_1 = \Psi_2 = \Psi_3 = \Psi_4 = x^2 + y^2 + z^2 + L^2$$

La parte $d^2 = x^2 + y^2 + z^2$ è il quadrato della distanza dall'origine del riferimento dello spazio e coincide con Ψ° (a parte il segno di Ψ_1° , in questo caso $d^2 = -\Psi_1^\circ$).

Si introduce la grandezza R: $R^2 = -\Psi_1 = \Psi_2 = \Psi_3 = \Psi_4 = d^2 + L^2$.

Si possono cercare le transizioni per gli "oggetti" \$ che hanno Ψ o R^2 INVARIANTE.

Si vede subito che $x^2 + y^2 + z^2 + L^2 = d^2 + L^2$ è la FdO2 $A^T * I * A$ con $I = E(4x4)$ se L è reale, $I = E(-1) \cdot 4$ se L è immaginaria; quest'ultima è rappresentabile con l'unità immaginaria $L = i * T$ dove x,y,z,T sono tutte componenti reali.

Pertanto gli oggetti \$ conservano R^2 se con L reale si muovono (x,y,z,L variano sui reali) con TRANSIZIONI ORTOGONALI, se L invece è "immaginaria" conservano R^2 se si muovono con TRANSIZIONI RELATIVISTICHE (x,y,z,T variano sui reali).

L'uso della parola "oggetto" in sostituzione di matrice o schema di matrice è stato fatto per introdurre un'entità, non ancora individuabile, che ha nelle matrici \$ una rappresentazione.

Il discorso su R^2 INVARIANTE apparentemente suggerisce la presenza di due categorie di "oggetti" che hanno rispettivamente MATRICI rappresentative con L reale e L immaginaria che si muovono in Spazi rispettivamente ORTOGONALI e RELATIVISTICI.

Le cose non stanno così. Si prenda un "oggetto" rappresentato da una A di \$ che si muove in un riferimento dello spazio con una transizione a R^2 costante; la sua distanza dall'origine del riferimento è $d^2 = x^2 + y^2 + z^2$ da cui:

$$R^2=d^2+L^2 \Rightarrow L^2=R^2-d^2$$

Se l'oggetto ha una distanza $d>R=INVARIANTE$ allora L è immaginaria e le transizioni RELATIVISTICHE dell'oggetto conservano Ψ e quindi R ; se invece $d<R$ allora L è reale, in questo caso sono le transizioni ORTOGONALI dell'oggetto a conservare Ψ e quindi R .

L'oggetto acquista una forma sferica in x,y,z di raggio R "individuabile" come tale (sfera di raggio R) se si muove con transizioni RELATIVISTICHE in riferimenti con origine esterna al suo ingombro e invece è "individuabile" se si muove con transizioni ORTOGONALI in riferimenti con origine interna alla sfera di raggio R .

Qualunque riferimento avente l'origine solidale con un punto della sfera di raggio R , detta sfera di CONSISTENZA, vede l'oggetto rappresentato da una MATRICE $A^\circ \in \mathcal{S}^\circ$.

Due oggetti con le loro sfere di CONSISTENZA intersecanti, in un riferimento con origine su un punto dell'intersezione, detto RIFERIMENTO CENTRALE(RC), sono rappresentati da matrici A° e $B^\circ \in \mathcal{S}^\circ$ e il prodotto rispetta la reciprocità, è ANTICOMMUTATIVO.

Pertanto in \mathcal{S} il dover annullare L affinché il prodotto di due matrici diventi

ANTICOMMUTATIVO si traduce nell'effetto di una precisa causa: l'incontro tra essi; da cui ne consegue una interazione descritta con il prodotto tra le matrici rappresentative A° e $B^\circ \in \mathcal{S}^\circ$ rispetto a un riferimento particolare (RC), intanto preso con l'origine su un punto di intersezione delle due sfere di consistenza; tale prodotto rispetta la reciprocità (è ANTICOMMUTATIVO).

Nelle altre posizioni i prodotti significativi sono A^*A o B^*B caratteristici di ognuno dei due oggetti e determina L INVARIANTE Ψ o R^2 , individualità di ciascun oggetto.

$$\text{Si può dimostrare che: } (\underline{A_i} * A_i) * (\underline{B_j} * B_j) = (\pm)_{i,j} [(\underline{A_i} * B_j) * (A_i * B_j)]$$

dalla quale si ricava una relazione interessante:

$$\forall A, B \in \mathcal{S} \Rightarrow R_A * R_B = R_{A*B}$$

La relazione $R_A * R_B = R_{A*B}$ può rendersi additiva con l'introduzione di una nuova grandezza ξ detta "Energia Primitiva o Proto-Energia" Energia-P:

$$R = a^\xi \text{ oppure } R^2 = a^{2*\xi} \quad \text{da cui:}$$

$$R_{A*B} = R_A * R_B \Rightarrow a^{(\xi_{A*B})} = a^{(\xi_A)} * a^{(\xi_B)} = a^{(\xi_A + \xi_B)} \Rightarrow \xi_{A*B} = \xi_A + \xi_B \text{ se } a \neq 1$$

$\xi_{A*B} = \xi_A + \xi_B$ "rappresenta", nel linguaggio adottato, la consueta espressione di conservazione "dell'Energia" nell'interazione.

È rilevante, nella precedente, il fatto che la ξ è associata all'oggetto A o a B o "all'oggetto" $A*B$ e si correla, con ciascuno di essi, indipendentemente dal coniugato che esaurisce il suo ruolo in una "presenza" virtuale nella definizione di Ψ .

OGGETTO PUNTO

La definizione del raggio: $R^2=d^2+L^2$ permette di ipotizzare un punto (materiale), oggetto di raggio nullo, $\Psi=0$, indicato con $\langle O \rangle$, in posizione generica x,y,z $d \neq 0$ se L è immaginaria; l'intero spazio individua il punto se questo evolve in esso con TRANSIZIONI RELATIVISTICHE.

Però a quest'idea corrisponde una Energia-P "infinitamente" negativa (gravitazionale?); se vogliamo l'intero spazio equivalente a un oggetto di Energia-P nulla, $R=1$, allora occorre

accompagnare il punto con la generazione contestuale, con modalità da vedere, di “infiniti” altri “oggetti” a Energia-P finita che lo popolano. La definizione di ξ , legata al singolo oggetto, permette di generare lo spazio NULLO semplicemente con un oggetto $\langle O \rangle$ e infiniti altri oggetti a Energia-P finita.

Immaginare un oggetto esistente senza la presenza del suo coniugato spesso disturba il gusto alla simmetria e può creare difficoltà ad immaginare una Ψ di $\langle O \rangle$ isolato. Ma $\langle O \rangle$ non è solo, la sua ξ è la misura che annulla tutte le altre ξ degli oggetti che l’accompagnano. Nulla, in ogni caso, vieta la creazione della coppia $\langle O \rangle \langle \underline{O} \rangle$ che si allontanano reciprocamente con un movimento relativistico e in conseguenza dobbiamo ammettere che tutti gli oggetti dell’universo sono accompagnati dal rispettivo coniugato. Sono possibili ambedue i casi, ma nella realtà il primo è più coerente.

Il nulla “energetico” da cui scaturisce tutto, sinteticamente è equivalente a un “oggetto” di raggio 1. Ma questa grandezza non zero del nulla, $R=1$, è pura tecnica descrittiva che scaturisce dalla definizione di R come l’esponentiale dell’Energia-P (a alla zero è uno); quando c’è solo l’oggetto nullo, di questa R (dimensionata in x,y,z) non esiste la necessità; essa si presenta quando si introducono altri oggetti come il punto e gli oggetti a energia finita che l’accompagnano come equivalente del nulla sulla relazione prodotto.

Il fatto che in questo contesto, nella descrizione, R precede il “Nulla” è possibile solo perché qui si opera colloquiando nel campo dell’equivalente del Nulla.

RAGGIO STABILE

Ci si chiede a questo punto come sono costituiti gli “oggetti” a energia finita. Si può cominciare immaginando ξ equamente distribuita nel volume della sfera di consistenza di raggio R con una densità δ costante (questo è il modo più immediato di correlare ξ all’oggetto di raggio R “fargliela contenere”):

$$\delta = \frac{\xi}{\left(\frac{4}{3}\right) * \pi * R^3} \quad \text{ma } R = a^\xi \quad \text{da cui } \xi = \frac{\text{Ln}(R)}{\text{Ln}(a)} \quad \text{quindi}$$

$$\delta(R) = \frac{3}{4 * \pi * \text{Ln}(a)} * \frac{\text{Ln}(R)}{R^3}$$

La maggiore efficacia per gli oggetti a contenere ξ si ottiene quando R è R_0 , detto raggio stabile, tale da rendere $\delta(R)$ massima ; cioè quando la derivata rispetto a R è nulla:

$$\frac{d}{dR} [\delta(R)] = 0 \quad \frac{d}{dR} \left[\frac{3}{4 * \pi * \text{Ln}(a)} * \frac{\text{Ln}(R)}{R^3} \right] = \frac{3}{4 * \pi * \text{Ln}(a)} * \frac{1 - 3 * \text{Ln}(R)}{R^4} = 0 \Rightarrow R_0 = \exp(1/3)$$

Il raggio stabile è indipendente dal valore di a ; però quest’ultima trova una conveniente determinazione ammettendo che l’Energia-P immagazzinata nella sfera di consistenza di raggio $R_0 = \exp(1/3)$ sia uguale a 1 (unità di misura per l’Energia-P) : $R_0 = a^1 = a = \exp(1/3)$.

Si ottiene lo stesso R_0 se si impone una densità $\delta(r)$ variabile con la distanza dal centro della sfera di consistenza; infatti, in tali condizioni:

$$4 * \pi * \int_0^R \delta(r) * r^2 * dr = \xi = \frac{\text{Ln}(R)}{\text{Ln}(a)} \quad \text{derivando rispetto a } R \text{ ambo i membri:}$$

$$4 * \pi * \delta(R) * R^2 = \frac{1}{R * \text{Ln}(a)} \quad \delta(R) = \frac{1}{4 * \pi * \text{Ln}(a) * R^3}$$

la densità trovata diverge per $R \rightarrow 0$ e l'integrale di $\delta(r)$ diventa improprio.

La questione si risolve ammettendo che lo spazio interno a un oggetto, fintanto dista dal centro di un valore inferiore a 1 non può considerarsi differente dallo spazio interno a un oggetto U a $\xi=0$ o $R=1$ dove:

$$4 * \pi * \int_0^1 \delta(R) * r^2 * dr = 0$$

Con tale considerazione la relazione trovata vale nella parte di spazio compresa tra le due sfere: quella di raggio 1 e quella di consistenza; quindi si scrive :

$$\xi = 4 * \pi * \int_1^R \delta(R) * r^2 * dr \quad \text{dove} \quad \delta(r) = \frac{1}{4 * \pi * \ln(a) * r^3} \quad 1 \leq r \leq R$$

$$\xi(R) = \frac{1}{\ln(a)} * \int_1^R \frac{1}{r} * dr = \frac{\ln(R)}{\ln(a)} \quad \text{da cui la densità media funzione di R è:}$$

$$\overline{\delta(R)} = \frac{\xi}{\left(\frac{4}{3}\right) * \pi * R^3} = \frac{3 * \ln(R)}{4 * \pi * \ln(a) * R^3}$$

La relazione della densità media è identica a quella già ottenuta (δ costante nella sfera di consistenza); si tratta di trovare il suo massimo, cosa del resto già fatta ritrovando i risultati di prima.

L'ultimo procedimento è più dettagliato, esso specifica la struttura "fisica" degli oggetti; questi in sostanza sono formati da uno o quanti se ne vuole oggetti di raggio 1 e ξ nulla, circondati da una corona sferica energetica che si estende fino a $R_0 = \exp(1/3) = 1.3956124\dots$ con un andamento della densità volumetrica dell'Energia-P proporzionale a $1/r^3$.

Se si normalizza ξ , $\xi=1$ per oggetti con $R_0 = \exp(1/3)$, la base a deve risultare $a = \exp(1/3)$; la normalizzazione di ξ porta a $R_0 = a$ con R_0 raggio stabile.

Insieme al raggio stabile si ricava la corrispondente caratteristica:

$$R_0^2 = -\Psi_{01} = \Psi_{02} = \Psi_{03} = \Psi_{04} = \exp(2/3)$$

La costruzione a cui si è giunti richiama l'attenzione sulla difficoltà avuta nel definire lo spazio: **“La definizione separa ciò che tratta da tutto il resto per non parlare di ogni cosa che infine equivale a parlare di nulla”.**

Lo spazio così generato eventualmente si gonfia, contenendo tanti oggetti che lo assecondano nella crescita (TRANSIZIONI ORTOGONALI e RELATIVISTICHE che conservano l'identità degli oggetti) apparentemente indifferenti l'uno all'altro.

Si può immaginare il Nulla come un oggetto di Raggio $R=1$ che a un cento punto si scinde, conservando l'equivalenza (riflessiva, commutativa, transitiva), in due oggetti uno con raggio piccolissimo ma finito e l'altro grandissimo tale che il loro prodotto sia 1. Poi l'oggetto grandissimo comincia un processo a catena di suddivisioni successive, dando origine, in definitiva, a tanti oggetti di raggio stabile al solo scopo di risparmiare volume di contenimento di ξ .

OGGETTI di RAGGIO 1

“Il nocciolo di ciascun oggetto è la sintesi equivalente di tutto l’universo.” ???????

Le matrici M_i rappresentano oggetti $R=1$ in un riferimento con origine nel centro dell’oggetto stesso chiamato RIFERIMENTO PRINCIPALE(RP); mentre $M_{A_i}=L_{A_i}*M_i$ rappresenta un oggetto qualsiasi sempre in RP.

I prodotti di oggetti qualsiasi $\langle B \rangle$ per $\langle A \rangle$ nel riferimento RP di $\langle A \rangle$, dove questa è rappresentata con M_A , rispettano la seguente proprietà:

$$B_j * M_{A_i} = (\pm)_{i,j} M_{A_i} * B_j$$

I prodotti di matrici M per matrici $\$$ generiche sono commutativi o anticommutativi nel senso più generale $A*B=-B*A$.

Un oggetto simmetrico a B_j relativamente all’origine di RP di A è rappresentato da: $\bar{B}_j \equiv -\underline{B}_j \equiv B_{\sigma_j}$.

Si moltiplicano, a destra, ambo i membri della precedente per $B_{\sigma_j} \equiv -\underline{B}_j$:

$$B_j * M_{A_i} * B_{\sigma_j} = (\mp) M_{A_i} * B_j * \underline{B}_j = (\mp) M_{A_i} * \Psi_{B_j}$$

Se $R_B=1$ $\langle B \rangle \equiv \langle U \rangle$ ($\langle U \rangle$ oggetto di raggio 1) si ottiene la seguente formula e conseguente tabella:

$$U_j * M_{A_i} * U_{\sigma_j} = (\mp) M_{A_i} * \Psi_{U_j} * E = (\mp) M_{A_i} \quad \Psi_{U_j} * E = E$$

$U_j * M_{A_i} * U_{\sigma_j}$	M_{A1}	M_{A2}	M_{A3}	M_{A4}
U_1	M_{A1}	M_{A2}	M_{A3}	M_{A4}
U_2	$-M_{A1}$	$-M_{A2}$	M_{A3}	M_{A4}
U_3	$-M_{A1}$	M_{A2}	$-M_{A3}$	M_{A4}
U_4	$-M_{A1}$	M_{A2}	M_{A3}	$-M_{A4}$

Un qualunque oggetto nel riferimento RP con l’origine nel suo centro è EQUIVALENTE (proprietà riflessiva, commutativa, transitiva rispetto al prodotto) a se stesso circondato da particolari coppie di oggetti $\langle U \rangle$ posti simmetricamente rispetto all’origine, compresi naturalmente quelli del suo nocciolo.

Gli oggetti $\langle U \rangle$ che circondano un oggetto $\langle A \rangle$ sono indipendenti da questo in quanto il moto di $\langle A \rangle$ non modifica repentinamente la loro posizione in tutto lo spazio.

Si può ammettere l’estrazione dal nucleo di $\langle A \rangle$ di tali coppie di oggetti a $R=1$ e una volta emessi questi si propagano radialmente e autonomamente con simmetria centrale rispetto al punto occupato dal centro di $\langle A \rangle$ nell’istante dell’emissione. In altre parole gli oggetti $\langle A \rangle$ emettono coppie di oggetti $\langle U \rangle$ che possiamo chiamare oggetti MESSAGGERI di A .

Se $\langle A \rangle$ non muta la sua natura (cambio del segno della matrice rappresentativa) nell’emissione i messaggeri ammessi sono:

Tutti gli oggetti emettono messaggeri del tipo $\langle U_1 \rangle$

Gli oggetti $\$3$ e $\$4$ emettono messaggeri del tipo $\langle U_2 \rangle$

Gli oggetti $\$2$ e $\$4$ emettono messaggeri del tipo $\langle U_3 \rangle$

Gli oggetti $\$2$ e $\$3$ emettono messaggeri del tipo $\langle U_4 \rangle$

in altre parole, ad eccezione degli oggetti $\$1$ che emettono $\langle U_1 \rangle$ tutti gli altri emettono oggetti $\langle U_k \rangle$ complementari nell’indice all’insieme $\$$ di appartenenza dell’oggetto emittitore.

Ma gli oggetti <U> sono tali a tutti gli effetti e una volta emessi a loro volta dovrebbero continuamente, durante il loro moto, emettere altri oggetti <U> generando una nube di messaggeri in tutte le direzioni perdendo la caratteristica radiale del centro di <A> al momento dell'emissione. Però se si ammette che l'emissione dal nucleo di <A> è resa possibile dalla sua corona di Energia-P, gli oggetti <U> non sono in grado di emettere ulteriori messaggeri in quanto $R=1 \quad \xi=0$ (<U> non ha corona energetica).

L'oggetto si limita a emettere coppie simmetriche di messaggeri <U> che partono dal suo centro e percorrono traiettorie simmetricamente opposte esplorando lo spazio x,y,z,L.

Le traiettorie sono radiali e rettilinee quindi non hanno interazioni reciproche "di prima battuta" (incontri tra <U> partiti dalla stessa origine).

MOTO degli OGGETTI <U>

Un riferimento che accompagna <U> vede l'oggetto emettitore <A>, immutato nella sua caratteristica espressa da $\psi_A=\text{costante}$, se la legge del moto di <U> è la stessa espressione di ψ_A .

Infatti, ogni coppia emessa è un evento a partire dal quale evolve il parametro L associato a una traiettoria radiale per ciascun oggetto della coppia <U>; presa su questa un asse delle ascisse s reale, per un oggetto stabile si può scrivere:

$$Ro^2 = s^2 + L^2 \quad \begin{cases} L \text{ è reale se } s < Ro \\ L \text{ è immaginaria se } s > Ro \\ L = 0 \text{ se } s = Ro \end{cases}$$

Dalla quale si ricava subito la legge del moto:

$$s(L) = \pm \sqrt{Ro^2 - L^2}$$

il segno \pm specifica la scelta possibile, moto simmetrico rispetto all'origine, per ciascun elemento della coppia messaggera.

Associato al parametro L, che cambia "natura" quando <U> attraversa la superficie di consistenza, si introduce un parametro T sempre reale nel seguente modo:

$$L = \sigma * T \quad \text{dove} \quad \begin{cases} \sigma = -1 & \text{se } s < Ro \\ \sigma = i & \text{se } s > Ro \end{cases} \quad i = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \quad (s = Ro \quad \sigma \text{ perde di significato})$$

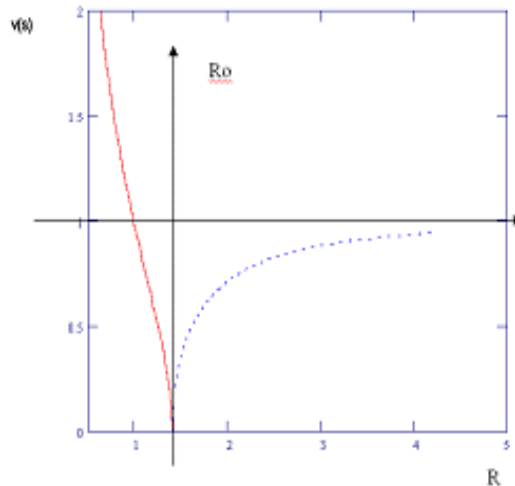
Fa seguito la legge del moto che può esprimersi con la seguente:

$$s(T) = \pm \sqrt{Ro^2 - (\sigma * T)^2}$$

È immediato il calcolo della velocità:

$$v = \frac{ds(L)}{dL} * \frac{dL}{dT} = \sigma^2 * \frac{T}{\mp s} \quad \text{oppure} \quad v(s) = -\sigma * \frac{\sqrt{Ro^2 - s^2}}{s} = \frac{\sqrt{|Ro^2 - s^2|}}{s}$$

Per $|s|=0$ v non è definita, ma in prossimità di $|s|=0$ il modulo di v è molto grande; mentre sulla superficie di consistenza, $s=Ro$ $v=0$; infine per $s>Ro$ v cresce asintoticamente da zero fino a 1.



Il moto degli oggetti <U> “inizia” con una velocità enorme che decresce fino alla superficie di consistenza dove si annulla. I valori sono poco consueti, però il moto degli oggetti <U> non è da intendersi continuo, ma conseguente a una transizione ortogonale, procede a scatti. Si può ammettere che il primo passo porta l'oggetto <U> da $T=-R_0$ e $s=0$ in una posizione $T=0$ $s=R_0$; in questo caso la velocità media, calcolata anche accettando la relazione del moto continuo, è 1. Infatti tale prima interazione è facilmente deducibile perché in primo luogo, nel tratto in questione, la velocità v è monotona (decescente) e poi, la posizione $s=R_0$ distante dall'origine di $\Delta s=R_0$ è raggiunta dal moto continuo virtuale di <U> a $T=0$ dopo un $\Delta T=0-(-R_0)=R_0$ quindi $v=\Delta s/\Delta T=1$ (v media) se <U> alla prima interazione si porta ad $s=R_0$. Per $s>R_0$ la velocità cresce (a causa della distribuzione di ξ in <A> che espelle <U>) rapidamente a partire da 0 avvicinandosi al valore asintotico 1; già quando $s=2*R_0$ v è prossima a 0.9. (la velocità della luce non è costante???) In questo modo l'oggetto acquisisce il trascorrere del tempo in relazione a un suo messaggero che si allontana, altrimenti in un riferimento solidale con esso la componente L è ferma al pari delle componenti di posizione.

CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO

La relazione ANTICOMMUTATIVA dei prodotti in § è:

$$A_i^\circ * B_j^\circ = (\mp) \underline{B_j^\circ * A_i^\circ}$$

dove, il segno superiore vale per $i=j$ o uno dei due è uguali a 1 e il segno inferiore per le altre combinazioni; essa suggerisce un fatto importante. Infatti, la relazione può dettagliarsi nel seguente modo:

$$(A_i^\circ * B_j^\circ)^\circ + M_{A_i^\circ * B_j^\circ} = (\mp) (B_j^\circ * A_i^\circ)^\circ (\pm) M_{B_j^\circ * A_i^\circ}$$

Per la simmetria della tabella dei prodotti le componenti non nulle di $(A_i^\circ * B_j^\circ)^\circ$ e $(B_j^\circ * A_i^\circ)^\circ$ hanno le stesse posizioni come anche quelle di $M_{A_i^\circ * B_j^\circ}$ e $M_{B_j^\circ * A_i^\circ}$, inoltre le componenti non nulle di $(A_i^\circ * B_j^\circ)^\circ$ e $(B_j^\circ * A_i^\circ)^\circ$ sono in posizioni complementari a quelle di $M_{A_i^\circ * B_j^\circ}$ e $M_{B_j^\circ * A_i^\circ}$ pertanto la precedente equazione si può sdoppiare nelle seguenti:

$$(A_i^\circ * B_j^\circ)^\circ = (\mp) (B_j^\circ * A_i^\circ)^\circ \quad M_{A_i^\circ * B_j^\circ} = (\pm) M_{B_j^\circ * A_i^\circ}$$

Ma $M_{A_i^\circ * B_j^\circ} = L_{A_i^\circ * B_j^\circ} * M_{\Omega(i,j)}$ $M_{B_j^\circ * A_i^\circ} = L_{B_j^\circ * A_i^\circ} * M_{\Omega(j,i)} = L_{B_j^\circ * A_i^\circ} * M_{\Omega(i,j)} \Rightarrow L_{A_i^\circ * B_j^\circ} = (\pm) L_{B_j^\circ * A_i^\circ}$ quindi:

$$\frac{(A_i^\circ * B_j^\circ)^\circ}{L_{A_i^\circ * B_j^\circ}} = \frac{(\mp)(B_j^\circ * A_i^\circ)^\circ}{(\pm)L_{B_j^\circ * A_i^\circ}}$$

definite le quantità $\Delta Q_{A_i^\circ * B_j^\circ} = \frac{(A_i^\circ * B_j^\circ)^\circ}{L_{A_i^\circ * B_j^\circ}}$ e $-\Delta Q_{B_j^\circ * A_i^\circ} = \frac{(\mp)(B_j^\circ * A_i^\circ)^\circ}{(\pm)L_{B_j^\circ * A_i^\circ}}$

si ottiene in definitiva: $\Delta Q_{A_i^\circ * B_j^\circ} = -\Delta Q_{B_j^\circ * A_i^\circ} \Rightarrow \Delta Q_{A_i^\circ * B_j^\circ} + \Delta Q_{B_j^\circ * A_i^\circ} = 0$

Le quantità ΔQ sono il rapporto tra posizione e “tempo”, una “velocità”, però se si associa p.es. $(A_i^\circ * B_j^\circ)$ ad A e $(B_j^\circ * A_i^\circ)$ a B le due matrici prodotte, risultato dell’interazione, non sono, in generale, dello stesso tipo rispettivamente di A o di B; questo fatto non conduce immediatamente ad identificare la posizione di ΔQ a quella degli oggetti A e o B dopo l’interazione.

Si può, allo scopo, pensare l’interazione (semplificando le cose) in maniera più articolata:

- Al momento dell’incontro l’oggetto A è indotto da B ad emettere un messaggero, M_{SSA_j} , dello stesso tipo S_j di B e analogamente B è indotto da A ad emettere un messaggero, M_{SSB_i} , del tipo S_i di A.

- Nel RC di A° e B° ne consegue un oggetto $A^\circ * B^\circ$ associato ad A e un altro $B^\circ * A^\circ$ associato a B che se moltiplicati per i corrispettivi messaggeri fuggiti devono equivalersi rispettivamente a $A^\circ * B^\circ$ e a $B^\circ * A^\circ$; cioè:

$$M_{SSA_j} * A^\circ * B^\circ = A^\circ * B^\circ \qquad M_{SSB_i} * B^\circ * A^\circ = B^\circ * A^\circ$$

$$R_{A_{MSS}} * U_j * A^\circ * B^\circ = A^\circ * B^\circ \qquad R_{B_{MSS}} * U_i * B^\circ * A^\circ = B^\circ * A^\circ$$

Dove le U sono oggetti di raggio 1.

Si concentra l’attenzione su uno soltanto degli oggetti in questione, A o B, per l’altro il ragionamento è identico; si può scrivere la relazione dell’Energia_P dell’oggetto in argomento nel passare da prima dell’interazione a dopo:

$$\xi' = \xi - \xi t_{MSS}(\xi)$$

dove $\xi t_{MSS}(\xi)$ è l’Energia-P prelevata all’oggetto dal messaggero sfuggito.

In questo modo si ammette la possibilità per i messaggeri di modulare l’Energia-P dell’oggetto se si presenta la necessità di farlo, come quando l’oggetto in questione ha un raggio diverso da R_0 e ξ diversa da 1.

In altre parole i messaggeri partendo dal nucleo con Energia-P nulla, nell’attraversare la corona energetica dell’oggetto scambiano Energia-P aiutando l’oggetto a portarsi alla condizione stabile con $R=R_0$.

Così facendo, si completa l’ammissione di avere messaggeri solo per oggetti con corona energetica non nulla dicendo che l’occasione per farlo è l’interazione. Se l’oggetto ha $R=R_0$ e $\xi=1$, in caso di interazione, $\xi t_{MSS}(\xi)$ deve essere nulla.

Per essere sintetici, si considera il messaggero sfuggito privo di Energia-P.

Alcune riflessioni su $\xi t_{MSS}(\xi)$ inducono a scegliere per essa la seguente forma analitica:

$$kk * \ln(|\xi|) \quad \text{da cui} \quad \xi' = \xi - kk * \ln(|\xi|) \quad \text{e} \quad R_{MSS} = \exp\left(\frac{kk * \ln(|\xi|)}{3}\right) = |\xi|^{\frac{kk}{3}}$$

Riportando l’ultimo risultato in:

$$A^\circ * B^\circ = RA_{MSS} * U_j * A^\circ * B^\circ \quad B^\circ * A^\circ = RB_{MSS} * U_i * B^\circ * A^\circ$$

$$A^\circ * B^\circ = |\xi_A|^{\frac{kk}{3}} * U_j * A^\circ * B^\circ \quad B^\circ * A^\circ = |\xi_B|^{\frac{kk}{3}} * U_i * B^\circ * A^\circ$$

Per l'oggetto A:

$$\Delta Q_A = \frac{(A_i^\circ * B_j^\circ)^\circ}{T_{A_i^\circ * B_j^\circ}} = |\xi_A|^{\frac{kk}{3}} * \frac{(U_j * A^\circ * B^\circ)^\circ}{T_{A_i^\circ * B_j^\circ}} = |\xi_A|^{\frac{kk}{3}} * \frac{\Delta S_A}{T_{A_i^\circ * B_j^\circ}} = |\xi_A|^{\frac{kk}{3}} * \Delta V_A$$

Per $kk=3$: $\Delta Q_A = |\xi_A| * \Delta V_A$

Dove ΔS_A e ΔV_A sono matrici di S_i° .

$\Delta Q_{A_i} + \Delta Q_{B_j} = 0$ diventa identica alla corrispondente in fisica della conservazione della quantità di moto nell'interazione.

Il RC resta ancora indeterminato in quanto esso, finora, può essere uno qualsiasi dei punti del cerchio di intersezione tra le due superfici di consistenza di A e di B. Il punto esatto di RC è caratterizzato dalle traiettorie di A e B in avvicinamento che però a causa dei raggi R_A e R_B finiti possono anche non essere incidenti.

OGGETTI COMPOSTI

Osservazione: l'origine di RC è interna alla sfera di consistenza di entrambi i prodotti $(A_i^\circ * B_j^\circ)$ $(B_j^\circ * A_i^\circ)$ infatti, per x, y, z reali anche L_A di $(A_i^\circ * B_j^\circ)$ e L_B di $(B_j^\circ * A_i^\circ)$ sono reali pertanto RC è interno alle rispettive sfere di consistenza. In altre parole:

$$d_{A^\circ * B^\circ}^2 + L_{A^\circ * B^\circ}^2 = R_{A^\circ * B^\circ}^2 \Rightarrow d_{A^\circ * B^\circ}^2 = R_{A^\circ * B^\circ}^2 - L_{A^\circ * B^\circ}^2 \leq R_{A^\circ * B^\circ}^2 \text{ in quanto } L_{A^\circ * B^\circ} \text{ è reale}$$

$$d_{A^\circ * B^\circ}^2 \leq R_{A^\circ * B^\circ}^2 \text{ in quanto } L_{A^\circ * B^\circ} \text{ è reale}$$

Le componenti, L, x, y, z , di $(A_i^\circ * B_j^\circ)$ e $(B_j^\circ * A_i^\circ)$ sono “prodotti scalari e vettoriali” dei due vettori che in RC individuano i centri di A e B o vettori da essi dedotti con rotazioni di $\pi/2$, pertanto sono invarianti rispetto all'orientamento ORTOGONALE di RC e dipendono soltanto dalla posizione reciproca di A° e B° in RC.

Si può immaginare di introdurre nuovi oggetti ottenuti dai precedenti permutando le posizioni di x, y, z nella matrice ottenendo $3! = 6$ gruppi di oggetti ciascuno dei quali è del tutto corrispondente al gruppo dei quattro trattati con la sola variante di nomi diversi per le coordinate spaziali. Non è possibile, in generale, una compresenza di gruppi differenti, perché in tal caso le componenti dei prodotti $(A_i^\circ * B_j^\circ)$ e $(B_j^\circ * A_i^\circ)$ non individuerrebbero “oggetti” il cui prodotto dipende dalla sola posizione reciproca di A° e B° ma dipenderebbe anche dall'orientamento di RC a meno che, per ogni coppia scambiata in x, y, z non si cambia segno a una delle coordinate interessate dallo scambio. Particolari condizioni di avvicinamento di A e B e la relazione $d_{A^\circ * B^\circ}^2 \leq R_{A^\circ * B^\circ}^2$ permettono la posizione di A e B, dopo l'interazione, ancora intersecante e quindi A e B sono soggetti a una nuova interazione e possibilmente a una terza e così via fino a restare intrappolati l'uno all'altro dando origine a un nuovo oggetto composto. Di oggetti composti da coppie ne esistono per ogni gruppo $6 = \binom{4}{2}$ eterogenei (coppie A_i e B_j $i \neq j$) e una coppia omogenea $i=j=1$ (naturalmente dalla seconda interazione in poi).

Se l'emissione dei messaggeri da parte degli oggetti è attiva o se il Raggio è maggiore di R_0 o dall'interazione tra due di essi, allora solo le coppie di oggetti composti emettono e gli oggetti grandi si scindono; in particolare i sei oggetti eterogenei emettono i quattro tipi messaggeri $\langle U_i \rangle$ ($i=1, 2, 3, 4$) con le modalità già descritte mentre la coppia omogenea emette messaggeri del tipo $\langle U_1 \rangle$. Tutti gli altri oggetti singoli a raggio uguale a R_0 sono silenziosi, non danno segno di sé, fino all'incontro con altri oggetti. Da quel momento in poi, se intrappolati, comunicano a tutto lo spazio la loro condizione “anomala”.