

SPAZIO FISICO

(versione estesa)

Sommario

SPAZIO FISICO	
<u>CARATTERISTICHE</u>	2
<u>OGGETTO NULLO</u>	5
<u>FORMAZIONE DEGLI OGGETTI</u>	10
<u>RAGGIO STABILE</u>	11
<u>EQUIVALENZE</u>	13
<u>OGGETTI DI RAGGIO UNO</u>	14
<u>MOTO degli OGGETTI <U></u>	16
INTERAZIONI	
<u>CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO</u>	17
<u>OGGETTI COMPOSTI</u>	43

La definizione di insieme anticommutativo \mathcal{S}° ha analogie con il 3° principio della meccanica: “ad una azione corrisponde una reazione uguale e contraria”. La frase è, nei contenuti e nella forma, simile a: “ $A^\circ * B^\circ = \div (B^\circ * A^\circ)$ ” se si intende con $A^\circ * B^\circ$ l’azione di A° su B° e $B^\circ * A^\circ$ l’azione di B° su A° ; infatti, i due termini sono uguali in assoluto e il segno \div è genericamente coincidente con il segno meno.

Nel caso di matrici \mathcal{S}° , la definizione puntuale di insieme di matrici anticommutative (analogo del 3° principio) è:

$$A_i^\circ * B_j^\circ = (\pm)_{i,j} B_j^\circ * A_i^\circ$$

(il segno superiore si riferisce a prodotti GC quello inferiore a prodotti GA)

il contenuto racchiuso nella precedente è concettualmente provvisto di articolazioni che si vogliono esaminare.

Per rendere il discorso meno astratto e pungolante di suggestioni mnemoniche, si adotta una terminologia “figurativa” presa in prestito dalla fisica che però non autorizza l’automatica identificazione dei due argomenti.

E’ bene ricordare che gli oggetti qui trattati sono in primo luogo le collezioni finite di “reali” (con una propensione alle collezioni finite di interi). Da questi si è passati ai numeri di classe superiore per “evitare” i tensori (forse meno espliciti nel cogliere la differente caratteristica tra i numeri di classe pari e quelli di classe dispari, in altre parole non ne ho la dovuta dimestichezza). Ottenendo l’ulteriore semplificazione che i numeri di classe pari, di qualunque ordine, sono dotati di un’algebra molto somigliante a quella dei reali e sono in definitiva matrici classiche quindi dotate di operazioni riducibili ai reali.

Sostanzialmente come dato certo, di “laboratorio”, qui si dispone solo della tecnica del contare come insegnata da Peano, racchiusa nella sintesi dei numeri interi e nelle proprietà che li riguardano

fino al raggiungimento del concetto di reale. Il resto è stato di seguire criteri estetici organizzativi enfatizzando corrispondenze come nel caso delle tre dimensioni dello SC curvo, utili più per orientarsi nel cammino che, per altro. Insomma qui si tratta solo del modo di organizzare addizioni e moltiplicazioni.

Nel primo esempio incontrato di insieme anticommutativo, ora classificabile come $\$^\circ_1$, se ε, μ sono entrambi uguali a 1, il prodotto di due suoi elementi, A1 e A2, ha in posizione L il prodotto scalare, con segno meno, dei due vettori consueti: il primo di componenti x_1, y_1, z_1 e l'altro di componenti x_2, y_2, z_2 , e nelle altre posizioni, in giusta collocazione, ha le componenti del prodotto vettoriale degli stessi vettori. In particolare se una delle matrici fattore (le componenti L dei fattori sono nulle in quanto le matrici corrispondenti sono di $\$^\circ_1$) rappresenta la forza e l'altra lo spostamento, le componenti L del prodotto sono un lavoro negativo.

Nel contesto aritmetico qui assunto, la distinzione tra componenti di uno spostamento e componenti di una forza è poco sentita; x, y, z, L sono semplici coordinate in uno spazio generico, del quale si vogliono determinare le proprietà.

Questo non vieta di introdurre per le matrici $\$$, rifacendosi intuitivamente all'analogia con la precedente componente "prodotto scalare", un concetto primitivo di "energia" come lavoro in gioco; e un concetto più evoluto che fa uso del prodotto matematicamente sempre possibile: il concetto di interazione capace di discriminare il "possibile dall'impossibile" in base al "bilancio energetico" e con esso arrivare a un'equivalenza che distingua le due cose.

Però il prodotto di due fattori di $\$^\circ$ genera un solo elemento di $\$$, mentre l'interazione deve anche poter mantenere, dopo l'effetto, i due elementi fattori di $\$$ o addirittura crearne di nuovi, purché il "bilancio energetico" non sia di ostacolo. Su questo punto, è di consolazione il fatto che, con l'introduzione dell'anticommutatività, ma anche con la proprietà commutativa, nei prodotti entrano in gioco entrambe le possibilità relative allo scambio dei fattori. L'ordine dei fattori può enfatizzarsi come il modo di vedere l'"interazione" di ciascuno dei fattori che concorrono nel farla.

In ogni caso il termine interazione, al momento, va preso in senso intuitivo con un significato non ancora consolidato, di valutazione di eventi in relazione alle conservazioni che si troveranno, e acquisterà progressivamente un senso compiuto.

In pratica si vuole introdurre un "surrogato" del principio di conservazione "dell'energia" che però assumerà un aspetto meno originario (principio) di quello usato in fisica. Esso è, più propriamente, una specifica di INVARIANTE di TRANSIZIONI da dedurre, perché il concetto di invariante ci aiuta a selezionare una "individualità" conservativa in un contesto dove molte delle cose che la determinano variano.

CARATTERISTICHE

Per andare al dunque si considera la matrice del "quadrato della Distanza" (quadrato della Posizione) $(A^\circ)^2 = A^\circ * A^\circ = A^\circ * \underline{A^\circ}$ ($A^\circ \equiv \underline{A^\circ}$), questa è una specifica di A° nello spazio delle sue modulate; essa è una matrice $\psi_i^\circ * M_i = \psi_i^\circ * E$ con diagonale principale fatta di componenti ψ° tutte uguali. Questo valore ψ° si può ritenere associabile a una caratteristica di A° derivata dalla considerazione virtuale della coppia $\langle A^\circ, A^\circ \rangle \equiv \langle A^\circ, \underline{A^\circ} \rangle$; può per questo essere chiamato "CARATTERISTICA_ENERGETICA" o semplicemente Caratteristica di A° :

$$-\psi^\circ_1 = \psi^\circ_2 = \psi^\circ_3 = \psi^\circ_4 = d^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

Si osserva che l'associazione di ψ° alla coppia $\langle A^\circ, A^\circ \rangle \equiv \langle A^\circ, \underline{A^\circ} \rangle$ è giustificata del fatto che, l'intera sua struttura di componenti, nel prodotto, scompare, si "annichilisce", lasciando $\psi^\circ * E$ che deve in qualche modo equivalerla.

E' appropriato parlare, in questo momento, di Caratteristica della coppia e non solo del singolo elemento perché la Caratteristica (Energetica) di un elemento non ha senso "fisico" se esso è in assoluto ritenuto solo nello "spazio". A elemento (matrice di $\$$) ha solo componenti posizioni

dislocate (in una struttura) fintanto non interagisce realmente o ipoteticamente. In tale eventualità la sua struttura e la struttura rappresentativa dell'oggetto con il quale interagisce, manifestano, nel prodotto, proprietà di conservazione di valori come la Caratteristica.

In seguito si vedrà che la Caratteristica conduce a stabilire proprietà più stringenti del singolo elemento in relazione a tutti gli elementi del contesto, qualunque essi siano, se questo assume un significato più complesso di quello di semplice matrice di \$.

La coppia $\langle A^\circ, A^\circ \rangle \equiv \langle A^\circ, \underline{A} \rangle$ non è la sola ad avere prodotto diagonale del tipo $\psi_i * M_i = \psi_i * E$; lo stesso risultato formale si ha per la coppia $\langle A, \underline{A} \rangle = \langle \underline{A}, A \rangle$ con A di \$ e in particolare:

$$A * \underline{A} = \underline{A} * A = (A^\circ)^2 - (M_A)^2 = \psi * E$$

$$-\psi_1 = \psi_2 = \psi_3 = \psi_4 = d^2 + L^2 = x^2 + y^2 + z^2 + L^2$$

Si attribuisce, con un discorso analogo a quello già fatto per la coppia $\langle A^\circ, A^\circ \rangle$, il nome di “CARATTERISTICA_ENERGETICA” o Caratteristica ψ associata alla coppia $\langle A, \underline{A} \rangle$, alla componente comune della matrice diagonale di $\underline{A} * A = (A^\circ)^2 - (M_A)^2$. In conseguenza si definisce una Caratteristica ψ_M associata alla coppia $\langle M_A, \underline{M}_A \rangle$ come la componente diagonale di $M_A * \underline{M}_A$ (M_A è proporzionale a una radice di E o di -E); naturalmente vale: $\psi = \psi^\circ + \psi_M$; si osserva infatti che:

$$M_A * \underline{M}_A = -(M_A)^2$$

Pertanto:

$$\psi = A * \underline{A} = \underline{A} * A = (A^\circ)^2 - M_A * \underline{M}_A = \psi = \psi^\circ + \psi_M = d^2 + L^2$$

In pratica il prodotto della coppia $\langle A, \underline{A} \rangle$ è, se pure stentatamente, una potenziale “interazione” (pur nella labilità che il termine ancora conserva): se A “incontra” \underline{A} (ha la sua stessa posizione), nell'interazione le due strutture scompaiono “riducendosi” alla Caratteristica; come caso particolare si ha l'interazione della coppia $\langle A^\circ, A^\circ \rangle$.

Per il momento si preferisce intendere il coniugato come un elemento virtuale introdotto, ricavandolo da A, solo al fine di calcolare ψ .

La coppia $\langle A, \underline{A} \rangle$ ha Posizione A° relativamente a un riferimento, e si determina per essa una Caratteristica pari a ψ . Per dare ad A una identificazione, la stessa Caratteristica deve essere vista se la stessa coppia è osservata da un altro riferimento “qualificato” diverso dal primo e eventualmente in moto appropriato (trasformazione) rispetto ad esso, e identico risultato deve ottenersi se invece è la coppia a spostarsi (transizione) “opportunamente” nel riferimento preso. I riferimenti in questione sono ancora ipotetici, si verificherà nel dettaglio come devono essere fatti affinché la Caratteristica conservi il suo valore, intanto si attribuisce ad essi il nome di RIFERIMENTI CARATTERISTICI (RCr).

In linea di principio il movimento può riguardare ogni singolo oggetto che evolve autonomamente nelle proprie coordinate x,y,z,L rispetto a un riferimento in posizione (0,0,0,0) (x,y,..., possono variare in SV).

In qualunque momento dell'evoluzione si può calcolare la caratteristica introducendo un fattore virtuale pari al coniugato della matrice in questione e il prodotto di questi, matrice rappresentativa dell'oggetto e matrice coniugata virtuale, in diagonale principale da la caratteristica. Se la caratteristica si conserva invariata nell'evoluzione il riferimento o reciprocamente il moto è detto caratteristico (RCr).

Il ragionamento trasforma, o enfatizza, la matrice di componenti in un'individualità non tanto caratterizzata dai valori x,y,z,L, della matrice, questi rappresentano solo la Posizione nello spazio quadridimensionale in merito a un prefissato riferimento, ma da ψ e dalla struttura delle componenti in $\$_i$. Tale individualità, che si è delineata e che trova nelle matrici $\$_i$ una rappresentazione in un

riferimento, evolve nelle coordinate x,y,z,L , a ψ costante, cioè le sue transizioni hanno come invariante ψ , se il riferimento preso per osservarle, o il movimento reciproco, è un RCr.

Se Ψ nell'evoluzione deve mantenersi costante si possono ricavare le matrici degli invarianti di ordine due delle transizioni in x,y,z,L corrispondenti a coppie $\langle A, \underline{A} \rangle$ prese in $\$, \$_2, \$_3, \$_4$; le matrici di tali invarianti risultano diagonali per l'assenza in Ψ di prodotti misti delle coordinate (modulate):

$$I_1 = -E(4 \times 4) \quad I_{2,3,4} = E(4 \times 4)$$

cioè le componenti di ciascun oggetto, rappresentato da una matrice A di $\$,$ e le corrispondenti dell'oggetto virtuale coniugato \underline{A} che virtualmente l'accompagna, possono evolvere con transizioni ortogonali, nelle 4 dimensioni, senza modificare il valore della Caratteristica.

(anche nel caso $I_1 = -E$ si ha una transizione ORTOGONALE, infatti, sia B la matrice di tale transizione:

$$B^T * (-E) * B = -E \Rightarrow B^T = \langle B \rangle \Rightarrow B \text{ è MO}$$

I risultati ottenuti per le matrici $\$$ riguardano al momento componenti x,y,z,L reali.

Le matrici $\$$ derivano dagli schemi $\$^\circ$ anticommutativi le cui strutture di dimensione (4×4) sono state ottenute superando quanto imposto dalla proprietà c), che limita le matrici $\$$ al massimo alla dimensione (2×2) , ammettendo componenti matrici (2×2) che hanno però, alcune di loro, qualche componente necessariamente nulla.

Una successiva estensione possibile deve comunque passare attraverso componenti matrici non comunque ma particolari.

Questa scelta in ogni caso deve mantenere un'equivalenza con i reali nell'applicazione delle operazioni \div_i .

Intanto si può osservare che le componenti x,y,z,L possono sostituirsi con componenti di dimensione qualsiasi purché siano nella forma diagonale particolare del tipo $p * E$ con p reale. È un aumento fittizio della dimensione in quanto $p * E$ è sostituibile in tutto da p .

Se il tipo $p * E$ di dimensione $(n \times n)$ è accettato per $x,y,z,$ per L si può scegliere una qualunque matrice di dimensione $(n \times n)$ tanto l'anticommutatività riguarda solo il caso di fattori con $L=0$.

Quest'ultima possibilità porta a completare lo schema $\$$ con tutti i prodotti che derivano da coppie di fattori con L matrice qualsiasi $(n \times n)$.

Ciò obbliga a specificare che i fattori anticommutativi $\$^\circ$ di $\$,$ non solo vanno presi con $L=0$ ma devono anche avere x,y,z reali o del tipo $p * E$ oppure rinunciare alla completa chiusura dei prodotti in $\$$ escludendo da $\$$ quei prodotti che non hanno x,y,z reali o $p * E$.

Di queste possibili estensioni, prese sommariamente in considerazione, nel corrente contesto, in aggiunta alle matrici $\$$ di reali, interessa il caso di componenti miste in cui L è un immaginario puro (matrice $\$C(2 \times 2)$ con $s=-1$ $c=0$) e x,y,z sono reali del tipo $p * E(2 \times 2)$.

In questo caso, per completezza, lo schema $\$$ comprende matrici a componenti complesse per tener conto dei prodotti tra le matrici appena ammesse. Però, di queste, per ricavare l'insieme $\$^\circ,$ si considerano soltanto quelle in cui x,y,z sono reali del tipo $p * E(2 \times 2)$ e L può, in origine, essere reale $L * E(2 \times 2)$ o immaginaria, tanto questa deve annullarsi per ottenere $\$^\circ$ dove vale l'anticommutatività.

Tali matrici, viste in definitiva, come matrici di reali non sono di dimensione (4×4) ma (8×8) .

Nella pratica del calcolo, l'uso di immaginari da spesso l'impressione di un artificio per giungere comunque, alla fine, a un risultato reale se tale risultato è fisicamente praticabile.

Qui l'immaginario è una struttura, una matrice (2×2) di reali che chiamiamo immaginaria solo in virtù di una contrapposizione con i reali e distinti da essi solo per i segni e la dislocazione delle componenti nella matrice (2×2) .

Si riportano due matrici $\$_2(8 \times 8)$ derivate da due $\$_2(4 \times 4)$, nella forma non isotropa, una a componenti reali e l'altra a componenti immaginarie, notando che nessuna differenza formale

complessiva attribuisce un ruolo differente tra l'una e l'altra, sono ambedue matrici in definitiva di reali:

$$\$_2 \equiv \begin{pmatrix} x & 0 & L & 0 & y & 0 & z & 0 \\ 0 & x & 0 & L & 0 & y & 0 & z \\ \varepsilon * L & 0 & x & 0 & \varepsilon * z & 0 & y & 0 \\ 0 & \varepsilon * L & 0 & x & 0 & \varepsilon * z & 0 & y \\ -\mu * y & 0 & \mu * z & 0 & -x & 0 & L & 0 \\ 0 & -\mu * y & 0 & \mu * z & 0 & -x & 0 & L \\ \varepsilon * \mu * z & 0 & -\mu * z & 0 & \varepsilon * L & 0 & -x & 0 \\ 0 & \varepsilon * \mu * z & 0 & -\mu * z & 0 & \varepsilon * L & 0 & -x \end{pmatrix} \quad
 \$_2 \equiv \begin{pmatrix} 0 & x & 0 & L & 0 & y & 0 & z \\ -x & 0 & -L & 0 & -y & 0 & -z & 0 \\ 0 & \varepsilon * L & 0 & x & 0 & \varepsilon * z & 0 & y \\ -\varepsilon * L & 0 & -x & 0 & -\varepsilon * z & 0 & -y & 0 \\ 0 & -\mu * y & 0 & \mu * z & 0 & -x & 0 & L \\ \mu * y & 0 & -\mu * z & 0 & x & 0 & -L & 0 \\ 0 & \varepsilon * \mu * z & 0 & -\mu * y & 0 & \varepsilon * L & 0 & -x \\ -\varepsilon * \mu * z & 0 & \mu * y & 0 & -\varepsilon * L & 0 & x & 0 \end{pmatrix}$$

La modulata immaginaria, come si è detto, si manifesta nella struttura della matrice 2x2 che la descrive, mentre dal punto di vista “quantitativo” può sintetizzarsi con la parte reale corrispondente a una sua componente in diagonale secondaria (l'altra non nulla è uguale e di segno cambiato). In pratica il valore rappresentativo è il coefficiente dell'immaginario. Se si vogliono scrivere le relazioni della Caratteristica per tali valori reali, il coefficiente del reale e quello dell'immaginario, i quadrati, quando interessano una modulata immaginaria vanno cambiati di segno (semplicemente: il quadrato di un immaginario è meno il quadrato del suo coefficiente).

Pertanto per oggetti a componenti miste (x,y,z reali e L coefficiente dell'immaginario anch'esso reale) si vede subito che, la conservazione della Caratteristica si ha se le transizioni delle coordinate x,y,z,L sono RELATIVISTICHE con componente relativistica pari a L.

Le transizioni di x,y,z,L costituiscono uno spazio iperbolico a 4 dimensioni, ricordando nel dettaglio che le matrici relativistiche di dimensione 4 si compongono di due matrici fattori: una ortogonale relativistica fatta con seni e coseni circolari l'altra “relativistica” fatta con seni e coseni iperbolici.

Riprendendo la relazione della caratteristica:

$$-\Psi_1 = \Psi_2 = \Psi_3 = \Psi_4 = x^2 + y^2 + z^2 + L^2 = d^2 + L^2$$

Si introduce una grandezza R per omogenizzare il primo membro con gli altri nel seguente modo:

$$R^2 = x^2 + y^2 + z^2 + L^2 = d^2 + L^2$$

Con $R^2 = -\Psi_1 = \Psi_2 = \Psi_3 = \Psi_4$

Si possono cercare le transizioni per gli “oggetti” \$ che hanno Ψ o R^2 INVARIANTE.

Si vede subito che $R^2 = x^2 + y^2 + z^2 + L^2 = d^2 + L^2$ è la FdO2 $A^T * I * A$ con $I = E(4x4)$ se L è reale, $I = E(-1).4$ se L è immaginaria; quest'ultima è rappresentabile con l'unità immaginaria $L = i * T$ dove x,y,z,T sono tutte componenti reali.

Pertanto gli oggetti \$ conservano R^2 se con L reale si muovono (x,y,z,L variano sui reali) con TRANSIZIONI ORTOGONALI, se L invece è “immaginaria” conservano R^2 se si muovono con TRANSIZIONI RELATIVISTICHE (x,y,z,T variano sui reali).

L'uso della parola “oggetto” in sostituzione di matrice o schema di matrice è stato fatto per introdurre un'entità, non ancora individuabile, che ha nelle matrici \$ una rappresentazione.

OGGETTO NULLO

Ci si domanda se esistono oggetti <A> a Caratteristica ψ e R nulli con modulate x,y,z,L non nulle. Naturalmente ciò è possibile se esistono componenti non identicamente tutte nulle che siano radici delle equazioni $\psi = 0$:

$A \in \$_i$	$\Psi = \underline{A} * A = A * \underline{A} = \Psi^o + \Psi_M = 0$
$i = 1, 2, 3, 4$	$R^2 = L^2 + x^2 + y^2 + z^2 = 0$

Le relazioni mostrano che, non si può avere Caratteristica nulla se tutte le coordinate x,y,z,L sono reali; si dovrebbe verificare la nullità di tutte le componenti ottenendo un oggetto inconsistente nell'origine del riferimento in x,y,z,L . C'è soluzione invece nel caso misto: L è immaginaria e x,y,z sono reali.

Gli oggetti a $\Psi=0$ in senso figurato possono intendersi come rappresentazioni di oggetti che non vedono se stessi. Infatti, in un riferimento solidale con l'oggetto e posto al suo centro, vede se stesso in Posizione $x=y=z=0$ e in conseguenza $L=0$ affinché $\Psi=0$, ne risulta una matrice interamente nulla. Naturalmente tale matrice non è nulla in qualunque riferimento diverso dal precedente ed è ammissibile con $\Psi=R^2=0$ solo se L è immaginaria.

Gli oggetti a Caratteristica nulla giustificano da soli l'estensione di $\$$ alle componenti miste.

Ciascun oggetto a $\Psi=0$ la conserva tale, se evolve nello "spazio" con transizioni relativistiche, conseguentemente alla natura mista delle coordinate (L è immaginaria e x,y,z sono reali).

Per distinguere nel discorso, tali oggetti a $\Psi=0$ si individuano con $\langle O_i \rangle$ lettera O maiuscola e indice i riferito all'insieme $\$_i$ di appartenenza.

In sintesi gli oggetti $\langle A \rangle$ e $\langle O \rangle$ evolvono nello "spazio", x,y,z , variano, conservando la caratteristica, che li identifica, con transizioni ortogonali se le componenti x,y,z,L sono omogenee e tutte reali, con transizioni relativistiche se le componenti sono miste, x,y,z reali L immaginaria; $\langle O \rangle$ è sempre a componenti miste con l'eccezione del riferimento posto al suo centro. "E ciò vale fino a quando non interviene un'azione aggiuntiva esterna a modificarne il moto".

Non è difficile cogliere in questo schema analogie con il I° principio della meccanica, almeno nella struttura descrittiva.

Il moto "inerziale" qui è conseguente all'identificazione dell'oggetto con l'invariante (intrinseco all'oggetto).

In ogni caso non sono esclusi per un oggetto movimenti diversi da quelli O/R , però in questi casi l'evoluzione non permette la sua immediata identificazione con l'invariante, ma occorrono ulteriori specificazioni; cioè il moto non è libero da vincoli o costrizioni che permettono di identificare l'oggetto solo con qualcosa di aggiuntivo (esterno) alla sua caratteristica, una azione, insomma, causa dalla modalità del moto che lo anima.

Quanto affermato suggerisce la presenza di due famiglie diverse di oggetti che hanno nelle matrici $\$$ una rappresentazione: omogenea o mista. Ma ciò non corrisponde al vero.

Un riferimento geometrico \mathbf{S} Caratteristico che segue rigidamente una matrice A di $\$$ in evoluzione libera rispetto a un altro generico Riferimento Caratteristico (relativistico se A è mista, ortogonale se A è omogenea) vede tale matrice con coordinate x,y,z fisse. Ciò equivale a vedere le coordinate di A in transizione in \mathbf{S} mediante la matrice unità $E(3 \times 3)$ che tra l'altro è sia relativistica che ortogonale.

Un passaggio virtuale da $E(3 \times 3)$ a $E(4 \times 4)$ mantiene costante la caratteristica di transizione, R/O , coinvolgendo la componente L "anch'essa costante" con x,y,z in $\mathbf{S}(4 \times 4)$ mediante $E(4 \times 4)$; di fatto non si conserva la Caratteristica se x,y,z non variano e L si.

Tale transizione banale virtuale (tutte le componenti sono fisse) è tale, ovviamente, da conservare la Caratteristica di A $\Psi_A = \Psi_A^\circ + \Psi_{MA}$.

In particolare se l'origine di \mathbf{S} coincide con il centro dell'oggetto rappresentato da A , $x=y=z=0$, A in \mathbf{S} è una matrice M , con L non nulla in grado di conservare $\Psi_A = \Psi_M = M * \underline{M}$ e $\Psi_A^\circ = 0$.

Naturalmente se A è una matrice O in \mathbf{S} con origine sul centro dell'oggetto rappresentato da O , \mathbf{S} vede O come una matrice interamente nulla $\Psi_{MO} = \Psi_O^\circ = 0$ come si è osservato dicendo che O non vede se stesso. Ci si domanda se esiste almeno un riferimento \mathbf{So} rigido con A tale che A è vista da \mathbf{So} come appartenente a $\$^\circ$, $L=0$; ciò è possibile se $\Psi_A = \Psi_A^\circ$.

se $A \in \$_i$ con $i=1,2,3,4$:

$A \in \mathcal{S}_i$	$\Psi_A = \Psi_A^\circ$
$i=1$	$-(x^2+y^2+z^2) = \Psi_A = \text{cost} = -R_A^2$ $-\Psi_A = R_A^2$
$i=2,3,4$	$x^2+y^2+z^2 = \Psi_A = \text{cost} = R_A^2$ $\Psi_A = R_A^2$

In altre parole il riferimento particolare, solidale con un oggetto A di \mathcal{S} , che rende la matrice rappresentativa \mathcal{S}° deve trovarsi con l'origine su una sfera, detta sfera di consistenza, di Raggio R_A , rispetto al centro dell'oggetto dove: $R_A^2 = -\Psi_A$ se $A \in \mathcal{S}_1$ e $R_A^2 = \Psi_A$ se $A \in \mathcal{S}_{2,3,4}$.

Su un riferimento preso al centro dell'oggetto l'equazione della sfera di consistenza è sempre: $R_A^2 = x^2 + y^2 + z^2$

(il valore di R_A è sempre reale positivo o nullo e si prende per esso la radice positiva)

$$R_A = +\sqrt{|\Psi|}$$

Se A è O $R_{<O>} = 0$; l'oggetto $<O>$ è un PUNTO.

Sia B un oggetto rappresentato da un'altra matrice B (mista/omogenea) in movimento (R/O) rispetto al precedente riferimento di A (il riferimento di A vede B a Caratteristica costante). Quando B giunge a distanza da A tale da rendere tangente la sua sfera di consistenza a quella della sfera di consistenza di A, o quando la sfera di consistenza di B interseca la sfera di consistenza di A, in un riferimento \mathcal{S}° con origine su qualunque punto dell'intersezione delle superfici di consistenza, sia A che B sono rappresentate con matrici \mathcal{S}° il cui prodotto è anticommutativo. I riferimenti \mathcal{S}° così fatti, a meno di necessarie modifiche utili a determinarne uno specifico incontro, tralasciate al momento, è detto RIFERIMENTO_CENTRALE(RC).

Poiché A e B sono in movimento (transizione), il RC si individua nel l'istante dell'intersezione (incontro), esso corrisponde alla coincidenza di due riferimenti uno solidale con A e posto con la sua origine sulla superficie di consistenza di A e un altro di analoghe caratteristiche riferite a B. In altre parole i riferimenti centrali sono caratteristici di un evento: "l'incontro di due oggetti".

A tale evento le matrici rappresentative finiscono in \mathcal{S}° e sono anticommutative e il valore del loro prodotto caratterizza l'evento che possiamo chiamare, senza nessuna forzatura, interazione.

I due prodotti, $A^\circ * B^\circ$ e $B^\circ * A^\circ$, in ordine possono associarsi ad A e a B come effetti, da determinare, che l'interazione fa rispettivamente su A e su B; essi sono tali che:

$$A^\circ * B^\circ = (\pm) \underline{B^\circ * A^\circ}.$$

In questo modo si risolve coerentemente il problema di annullare L affinché i prodotti in \mathcal{S} diventino anticommutativi. Si può dire semplicemente che i prodotti delle matrici in \mathcal{S} diventano anticommutativi quando gli oggetti si incontrano e interagiscono e tale prodotto caratterizza la modalità anticommutativa dell'interazione. Negli altri casi i prodotti significativi riguardano la matrice rappresentativa dell'oggetto e quella dell'oggetto virtuale coniugato, ma questi definiscono soltanto Ψ cioè l'identità dell'oggetto nel movimento.

La sfera di consistenza appare come una superficie evanescente basata solo su una coincidenza formale: le matrici rappresentative, in Riferimenti Caratteristici, quelli con origine su essa, appartengono a \mathcal{S}° . Invece essa è una delimitazione molto consistente anche relativamente a un solo oggetto e divide sostanzialmente ciò che contiene dal resto dando maggiore definizione al concetto di oggetto.

Per chiarire è indispensabile riassumere:

si dispone di quattro schemi di matrici $\$1, \$2, \$3, \4 , nelle modulate x, y, z, L dove x, y, z sono reali $NC2(2 \times 2)$ del tipo $x \bullet E(2 \times 2)$ $y \bullet E(2 \times 2)$ $z \bullet E(2 \times 2)$ e non si fissa, per il momento, la natura di L , reale o immaginaria. L assume valori tali che, in Riferimenti Caratteristici, conserva la Caratteristica. L cioè è la modulata effettiva $NC2(2 \times 2)$ e non il suo coefficiente reale.

$$\text{Da } R^2 = d^2 + L^2 \text{ si ricava } L^2 = R^2 - d^2$$

Il Raggio R è reale come x, y, z , ed è reale anche la distanza al quadrato $d^2 = x^2 + y^2 + z^2$; poiché d è la distanza dell'oggetto dall'origine del riferimento (osservatore) si verificano due possibilità:

- il riferimento osservatore ha l'origine esterna alla sfera di consistenza $R < d$; allora: L è immaginaria mentre le coordinate della posizione sono reali e la matrice descrittiva che ne risulta è mista.
- il riferimento osservatore ha l'origine interna alla sfera di consistenza $R > d$; allora: L è reale così come le altre coordinate della posizione e la matrice che ne risulta è omogenea.

In altri termini i Riferimenti Caratteristici (a $\psi = \text{costante}$) interni alla sfera di consistenza sono ortogonali con tutte e quattro le coordinate reali, quelli esterni sono relativistici; avviene cioè un cambiamento radicale della natura del riferimento caratteristico che osserva un oggetto rappresentato da matrici $\$$ a Ψ , e quindi R , costanti quando la sua origine attraversa la sfera di consistenza.

Un risultato notevole deriva dalla LEP $\$$:

$$\text{Comunque } A \text{ e } B \text{ di } \$ \Rightarrow (\underline{A}_i * A_i) * (\underline{B}_j * B_j) = (\pm) (\underline{A}_i * \underline{B}_j * A_i * B_j) \equiv \psi_A * \psi_B = (\pm) \psi_{A*B}$$

$$\text{allora } R_A * R_B = R_{A*B}$$

infatti: nel caso di A e B GC (prodotto Generalmente Commutativo) $A, B, A*B \notin \$1$

$$\text{allora } \psi_A * \psi_B = \psi_{A*B} \Rightarrow R_A^2 * R_B^2 = R_{A*B}^2 \quad R_A * R_B = R_{A*B}$$

nel caso di A e B GA, prodotto Genericamente Anticommutativo $\psi_A * \psi_B = (-\psi_{A*B})$, si verificano tre possibilità:

- a) $A \text{ e } B \in \$i \quad i \neq 1 \Rightarrow A * B \in \$1 \Rightarrow R_{A*B}^2 = -\psi_{A*B}$
 $\psi_A * \psi_B = (-\psi_{A*B}) \Rightarrow R_A^2 * R_B^2 = R_{A*B}^2 \quad R_A * R_B = R_{A*B}$
- b) $A \text{ o } B \in \$1 \text{ p.es. } A \in \$1 \quad B \in \$i \quad i \neq 1 \Rightarrow A * B \in \$i \Rightarrow R_A^2 = -\psi_A$
 $[\psi_A * \psi_B = (-\psi_{A*B})] \equiv [(-\psi_A) * \psi_B = \psi_{A*B}] \Rightarrow R_A^2 * R_B^2 = R_{A*B}^2 \quad R_A * R_B = R_{A*B}$
- c) $A \text{ e } B \in \$1 \Rightarrow A * B \in \$1 \Rightarrow R_A^2 = -\psi_A \quad R_B^2 = -\psi_B \quad R_{A*B}^2 = -\psi_{A*B}$
 $\psi_A * \psi_B = (-\psi_{A*B}) \equiv (-\psi_A) * (-\psi_B) = (-\psi_{A*B}) \Rightarrow R_A^2 * R_B^2 = R_{A*B}^2 \quad R_A * R_B = R_{A*B}$

La definizione di Raggio R permette di introdurre una nuova grandezza: "Energia Primitiva o Proto-Energia" Energia-P indicata con ξ :

$$R = a^\xi \text{ oppure } R^2 = a^{2*\xi}$$

La relazione del Raggio, tra "oggetti componenti e oggetto composto", in funzione di ξ , assume un aspetto familiare:

$$R_{A*B} = R_A * R_B \Rightarrow a^{(\xi_{A*B})} = a^{(\xi_A)} * a^{(\xi_B)} \Rightarrow a^{(\xi_{A*B})} = a^{(\xi_A + \xi_B)} \Rightarrow \xi_{A*B} = \xi_A + \xi_B \text{ per } a \neq 1 \quad \xi_{A*B} = \xi_A + \xi_B$$

Essa "rappresenta", nel linguaggio adottato, la consueta espressione di conservazione "dell'Energia" nelle iterazioni.

Essa contiene una caratteristica concettuale in più rispetto a ψ : ξ è “visibilmente” legata alla “geometria” sferica di un oggetto, al suo raggio, deducibile dalla matrice A o B e non direttamente alle rispettive coppie $\langle A, \underline{A} \rangle$ $\langle B, \underline{B} \rangle$. Infatti dalla relazione di conservazione c'è una ξ_A una ξ_B additiva alla prima e anche come risultato una ξ_{A*B} relativa all'oggetto composto rappresentato dalla matrice $A*B$.

ξ_A è in questo modo legata ad A in relazione al contesto di tutti gli oggetti che l'accompagnano soltanto attraverso il raggio della sua sfera di consistenza (attraverso la sua fisicità, per così dire) e non al suo coniugato reale o virtuale che sia, questo è solo un'espressione equivalente di carattere esclusivo di un calcolo.

L' Energia-P può definirsi come l'invariante additivo mentre R è l'invariante moltiplicativo dell'oggetto nello spazio.

Come caso particolare si introducono gli oggetti rappresentati da matrici $\langle U \rangle$ caratterizzati da $R=1$, $\xi=0$. Se ψ è INVARIANTE \Rightarrow R è INVARIANTE e ξ è INVARIANTE

Riepilogando un oggetto è una **individualità** definita dalla Caratteristica ψ e dalla struttura $\$i$; il ruolo di ψ a sua volta può essere sostituito, equivalente, con l'Energia-P ξ o con il Raggio R. La STRUTTURA $\$i$ non significa automaticamente una matrice di $\$i$. Essa indica solo lo SVA: un certo numero di modulanti e corrispettive modulate e una loro dislocazione. Nulla è definito sull'entità dei valori che assumono (un analogo della PM dello SVC). La matrice di $\$i$ interviene a individuare l'oggetto, che acquista così una consistenza spiccata, quando è posto in un riferimento, cosa questa che comporta conoscere il valore delle modulate in base alla Posizione e alla Caratteristica o al raggio o .. al solo scopo di descriverlo nella sua evoluzione.

Correntemente, quando non è necessario specificare troppo, un oggetto è semplicemente indicato con la Caratteristica $\langle \psi \rangle$ o con l'Energia-P $\langle \xi \rangle$ o con il Raggio $\langle R \rangle$ o ancora con $\langle A \rangle$ dove A o qualunque lettera al suo posto, indica il suo nome.

La definizione di RC risolve, come già detto, l'anomalia presente nella frase molte volte usata per chiudere i prodotti in $\$^\circ$: “prelevare nei fattori anticommutativi, prima del loro prodotto, la componente L annullandola in essi”.

Infatti basta dire, in modo semplice e naturale, che il prodotto o più appropriatamente l'interazione, avviene quando i due oggetti si incontrano; cioè quando le superfici di consistenza giungono o oltrepassano la tangenza; in un RC i due oggetti sono rappresentati da due matrici $\$^\circ$ e quindi il loro prodotto è “anticommutativo”.

Il risultato del prodotto di due fattori $\$^\circ$ è di $\$$; questo significa che la superficie di consistenza “dell'oggetto” prodotto non interseca in generale l'origine del RC relativo ai fattori. Si può affermare comunque che l'origine di RC dei fattori non è mai esterno alla superficie di consistenza del prodotto in quanto il prodotto di due matrici di $\$^\circ$ è di $\$$ ma non mista, L_{A*B} è reale poiché deriva dalla somma di prodotti di reali:

$$d_{A*B} = \sqrt{x_{A*B}^2 + y_{A*B}^2 + z_{A*B}^2} \leq R_{A*B} \quad \text{in RC}$$

Ammettere che il prodotto ha un “significato” particolare nel momento del contatto tra i due oggetti in un RC introduce un fatto “nuovo” che rafforza la loro identità; questo fatto si qualifica come legame intimo tra la causa e l'effetto.

Il senso dato in precedenza al generico prodotto $C=A*B$ è di semplice uguaglianza tra ciò che sta alla sinistra dell'uguale e quello che sta alla sua destra, sempre e qualunque posizione abbia A e B in seguito a qualche intrinseca dipendenza spaziale. Nel caso degli oggetti rappresentati da $\$$, dedotti dagli insiemi anticommutativi, il prodotto interviene con modalità anticommutative, e da una descrizione parziale o totale dell'interazione tra loro, ed è l'effetto di una precisa causa: il loro incontro.

Se l'incontro non avviene, il prodotto non agisce tra oggetti indipendenti, avviene tra l'oggetto e l'oggetto coniugato, virtualmente al solo scopo di determinare Ψ .

Quanto finora consolidato suggerisce una riflessione generale: un evento o una proprietà si caratterizza con un riferimento o una famiglia di riferimenti particolari (fissi o in movimento), detti "ammissibili", che danno al prodotto un significato esplicativo della fenomenologia relativa all'evento stesso o alla proprietà.

Infatti, le famiglie di riferimenti R/O consentono, nel modo descritto, di conservare la Caratteristica definita attraverso un prodotto; il RC si presta a descrivere l'incontro di oggetti e il prodotto in esso è "anticommutativo"; RC nella sua specificità è quindi un riferimento "ammissibile" al pari dei Riferimenti Caratteristici R/O.

FORMAZIONE DEGLI OGGETTI

La definizione di ξ , legata al singolo oggetto, permette di ipotizzare la generazione dello spazio NULLO (spazio privo di energia complessiva) semplicemente con un oggetto $\langle U \rangle$ $R=1$ e una $\xi=0$ corrispondente, per equivalenza, a un oggetto $\langle O \rangle$ $R=0$ e una $\xi=-\infty$ (infatti $R=0=a^\xi$ con $a \neq 1$ e $a \neq 0$ $\xi=-\infty$), e un oggetto grandissimo a $\xi=\infty$, a sua volta equivalente, a infiniti altri oggetti a Energia-P finita e positiva che compensa la prima.

Immaginare un oggetto esistente senza la presenza del suo coniugato spesso disturba il gusto alla simmetria e può creare difficoltà ad immaginare una Ψ di $\langle O \rangle$ isolato. Ma $\langle O \rangle$ non è solo, la sua ξ è la misura che annulla tutte le altre ξ degli oggetti che l'accompagnano. Nulla in ogni caso vieta la creazione della coppia $\langle O \rangle \langle \bar{O} \rangle$ che si allontanano reciprocamente con un movimento relativistico e in conseguenza dobbiamo ammettere che tutti gli oggetti dell'universo sono accompagnati dal rispettivo coniugato. Sono possibili ambedue i casi, ma nella realtà il primo è più coerente.

Il nulla "energetico" da cui scaturisce tutto, sinteticamente è equivalente a un "oggetto" $\langle U \rangle$ di raggio 1 e $\xi=0$.

L'equivalenza sottintende un significato suggestivo: "in relazione all'energia, il nulla energetico è sostituibile con un oggetto $\langle O \rangle$, $R=0$ un PUNTO in sostanza, e un'infinità di oggetti a energia finita" così come avviene nelle espressioni aritmetiche dove un 5, per esempio, può essere sostituito da un 4+1, magari per speculare sul fatto che un numero dispari è sempre ottenibile dalla somma di un numero pari più un altro numero dispari.

Alcune osservazioni risulteranno utili.

Si considera un oggetto A_σ del tutto identico a A, ma posto in posizione simmetrica ad A rispetto all'origine di un riferimento, cioè posto alle coordinate $-x, -y, -z$, mentre la componente L è identica a quella di A anche nel segno. Allora tale oggetto è rappresentato dalla matrice $\div_i A_i$.

Inoltre, A_σ confrontato al coniugato è differente solo per il segno che si riflette nel segno del prodotto con A che in ogni caso resta una matrice diagonale: $A_\sigma = \div A = -\underline{A}$

Data una rappresentazione degli oggetti A_σ e \underline{A} in un determinato riferimento, essi hanno un comportamento comparabile, a parte il segno, quando moltiplicati per A. Dai prodotti risultano due matrici diagonali. In un altro riferimento diverso dal primo, mentre l'oggetto coniugato continua ad essere coniugato di A, il simmetrico no. Questo perché il coniugato \underline{A} o $\div A$ sono virtuali ottenuti con manipolazioni su A mentre intendiamo per simmetrico un oggetto effettivo simmetrico ad A soltanto nell'occasione in cui il riferimento si trova nel punto medio tra A e A_σ .

In riferimenti diversi il prodotto per A dell'EX simmetrico è conseguentemente diverso, e non più diagonale. Questo fatto è uno dei motivi che induce a pensare il coniugato come un oggetto virtuale concettualmente ricavato da A e generato idealmente ovunque sia A per determinarne la caratteristica.

Però \underline{A} induce a pensare di ammettere una reale differente categoria di oggetti individuabile dal segno di L indipendentemente dalla loro posizione in un riferimento ammissibile.

Ricordando, infatti, che L ricavata da Ψ o da R è $L = \pm\sqrt{R^2 - d^2}$ dove sono ammissibili entrambi i segni prima della radice.

Quindi, due oggetti identici strutturalmente, appartengono allo stesso ξ , e aventi lo stesso valore di Ψ possono distinguersi per il segno di L identificandoli l'uno come antioggetto dell'altro.

In questo modo il termine coniugato è usato quando si fa riferimento ad un oggetto virtuale ricavato virtualmente da A e coinvolto per il calcolo di Ψ di A; mentre in generale, per oggetti reali, il segno di L suggerisce la concreta consistenza di due categorie di oggetti identificati reciprocamente come oggetti e antioggetti.

Così la modulata L acquista un ruolo ben preciso, anche quando è assente come nel RC perché negli altri riferimenti ammissibili l'osservazione del suo valore distingue la differenza del segno, caratterizzando profondamente la natura fisica dell'oggetto: oggetto o antioggetto.

La componente L degli oggetti quando è immaginaria, riferimenti esterni all'oggetto, nei prodotti è un fattore che opera su due ipotetiche coordinate di un punto su di un piano ruotando la sua posizione relativamente al riferimento di $\pi/2$ in un verso o nell'altro in dipendenza del segno di L. Il cambiamento del segno in L caratterizza la sua azione soltanto nel cambio del verso di rotazione. Pertanto la distinzione di due oggetti differenti nel segno di L si possono distinguere, rifacendosi al linguaggio fisico, dicendo che gli uni hanno spin 1/2 e gli altri hanno spin -1/2. Oggetto e antioggetto hanno spin discordi, oggetto e simmetrico hanno spin concordi oltre ad avere la posizione una simmetrica dell'altra.

RAGGIO STABILE

Ci si chiede, a questo punto, come sono costituiti gli "oggetti" a energia finita.

La stretta relazione tra R e ξ fa pensare a ξ come una quantità contenuta nella sfera di consistenza.

Si può cominciare immaginando ξ equamente distribuita nel volume della sfera di consistenza con una densità δ costante; allora si ricava per essa la seguente relazione:

$$\delta(R) = \frac{\xi(R)}{\frac{4}{3} * \pi * R^3} \quad \text{ma} \quad R = a^{\xi(R)} \quad \text{da cui} \quad \xi(R) = \frac{\text{Ln}(R)}{\text{Ln}(a)}$$

$$\text{quindi} \quad \delta(R) = \frac{3}{4 * \pi * \text{Ln}(a)} * \frac{\text{Ln}(R)}{R^3}$$

La maggiore efficacia per gli oggetti a contenere ξ la si ottiene quando R è R_0 , detto raggio stabile, tale da rendere il valore di $\delta(R)$ massimo; cioè quando la derivata $D[\delta(R)]_{R=R_0}=0$:

$$D[\delta(R)] = \frac{3}{4 * \pi * \text{Ln}(a)} * \frac{R^2 - 3 * R^2 * \text{Ln}(R)}{R^6} = \frac{3}{4 * \pi * \text{Ln}(a)} * \frac{1 - 3 * \text{Ln}(R)}{R^4}$$

$$\frac{3}{4 * \pi * \text{Ln}(a)} * \frac{1 - 3 * \text{Ln}(R_0)}{R_0^4} = 0 \quad \text{da cui} \quad R_0 = \exp(1/3)$$

Il raggio trovato è indipendente dal valore della base a ; però quest'ultima trova una conveniente determinazione ammettendo che l'Energia-P immagazzinata nella sfera di consistenza di raggio $R_0=\exp(1/3)$ sia uguale a 1 (unità di misura per l'Energia-P) :

$$R = a^\xi \quad \text{per} \quad \xi = 1 \quad R = R_0 \quad R_0 = a^1 = a = \exp(1/3) \quad \text{e} \quad R = \exp\left(\frac{\xi}{3}\right) \quad \xi(R) = 3 * \text{Ln}(R)$$

Il ragionamento seguito parte da un'ipotesi semplice: la densità di volume δ dell'Energia-P è costante nella sfera di consistenza.

Quanto trovato non ha un sostegno ristretto come sembra, si ottiene lo stesso R_0 se si impone una densità $\delta(r)$ variabile con la distanza dal centro della sfera di consistenza; infatti in tali condizioni :

$$4 * \pi * \int_0^R \delta(r) * r^2 \cdot dr = \xi = \frac{\text{Ln}(R)}{\text{Ln}(a)} \text{ derivando entrambi i membri rispetto a } R$$

$$4 * \pi * \delta(R) * R^2 = \frac{1}{R * \text{Ln}(a)} \text{ da cui } \delta(R) = \frac{1}{4 * \pi * R^3 * \text{Ln}(a)}$$

La densità a cui si è giunti è indicativa di un'espressione formale e sarebbe stata tale, anche se, nell'equazione integrale da cui deriva si fosse aggiunta una costante qualsiasi a uno dei suoi membri. Inoltre $\delta(R)$ ha una singolarità di terzo ordine per $R=0$ che rende improprio il suo integrale su R se il punto zero è l'estremo sinistro dell'intervallo di integrazione.

l'imponderabile si risolve come segue: lo spazio interno a un oggetto, fintanto dista dal centro di una quantità inferiore a 1 non può considerarsi differente dallo spazio interno a un oggetto $\langle U \rangle$ dove

$$4 * \pi * \int_0^1 \delta(r) * r^2 \cdot dr = 0$$

Con tale considerazione, la ξ è confinata nella parte di spazio compresa tra le due sfere: quella di raggio 1 e quella di consistenza; quindi si scrive :

$$\xi(R) = 4 * \pi * \int_0^R \delta(r) * r^2 \cdot dr = 4 * \pi * \int_0^1 \delta(r) * r^2 \cdot dr + 4 * \pi * \int_1^R \delta(r) * r^2 \cdot dr$$

$$\xi(R) = 4 * \pi * \int_1^R \delta(r) * r^2 \cdot dr \quad \delta(r) = \frac{1}{4 * \pi * r^3 * \text{Ln}(a)} \quad 1 < r < R$$

$$\xi(R) = 4 * \pi * \int_1^R \frac{r^2}{4 * \pi * r^3 * \text{Ln}(a)} \cdot dr = \frac{1}{\text{Ln}(a)} * \int_1^R \frac{1}{r} \cdot dr$$

$$\xi(R) = \frac{\text{Ln}(R)}{\text{Ln}(a)}$$

aver ritrovato la giusta relazione tra ξ e R conforta la correttezza dell'ipotesi assunte, da cui la densità media di ξ ritorna ad essere la stessa del caso di distribuzione energetica costante:

$$\overline{\delta(R)} = \frac{\xi(R)}{\frac{4}{3} * \pi * R^3} = \frac{3}{4 * \pi * \text{Ln}(a)} * \frac{\text{Ln}(R)}{R^3}$$

si tratta di trovare il massimo come già fatto prima: derivare $\overline{\delta(R)}$ rispetto a R e ricavare così il raggio stabile R_0 come il valore di R che annulla la derivata:

$$D \left[\overline{\delta(R)} \right] = \frac{3}{4 * \pi * \text{Ln}(a)} * \frac{1 - 3 * \text{Ln}(R)}{R^4} = 0 \text{ da cui anche in questo caso: } R_0 = \exp(1/3)$$

Quest'ultimo procedimento è più significativo perché specifica la struttura "fisica" degli oggetti stabili; essi risultano formati da uno o quanti se ne vuole oggetti U coincidenti, circondati da una corona sferica energetica che si estende fino a $R_0 = \exp(1/3) = 1.3956124\dots$ con un andamento della densità volumetrica dell'Energia-P proporzionale a $1/r^3$.

Se si normalizza ξ , $\xi=1$ per oggetti con $R_0 = \exp(1/3)$, la base a deve risultare $a = \exp(1/3)$; la normalizzazione di ξ porta a $R_0 = a$ con R_0 raggio stabile.

Se questa normalizzazione è intesa come quantizzazione di ξ , cioè ξ non può che assumere valori interi allora si hanno i seguenti raggi possibili:

$R_0 = e^{0/3} = 1$
$R_1 = e^{1/3} = R_0$
$R_2 = e^{2/3} = R_0^2$
.....
$R_n = e^{n/3} = R_0^n$

Dove n può assumere anche valori interi negativi infatti per n molto grande ma negativo l'oggetto tende al PUNTO.

Il nome di raggio stabile dato a R_0 tendenziosamente, al fine di economizzare spazio per contenere ξ , ammette una predisposizione degli oggetti con $R \neq R_0$ a divenire, in qualche modo, a $R = R_0$. Per esempio l'oggetto energetico nullo $\langle U \rangle$ equivalente a un oggetto $\langle O \rangle$ più infiniti oggetti a ξ finita è anche equivalente a un oggetto di raggio r_0 finito e molto inferiore a R_0 e un oggetto di raggio R molto più grande di R_0 purché $R \cdot r_0 = 1$.

In seguito l'oggetto $R \gg R_0$, tendendo a R_0 , avvia un qualche processo di decomposizione che conduce in definitiva a tanti oggetti a raggio R_0 (tendenza sì ma mai raggiungibile come si vedrà in seguito).

Però la dinamica di questo comportamento è solo relativa a una lettura fatta con un'impostazione storica degli eventi che prevede l'evolversi con un tempo, così come nel consueto ci descriviamo le cose, mentre nella realtà il concetto di equivalenza prevede solo la contestualità del possibile in relazione, in questi casi, agli invarianti definiti con il prodotto.

Sempre leggendo le cose in maniera evolutiva, assumendo dei rischi di precisione a vantaggio della suggestione, si può dire che, il nulla energetico a $R=1$ equivalente a un punto, magari finito anche se piccolissimo, e un oggetto gigantesco; l'economia dello spazio non permette all'oggetto grande di rimanere tale; la sua non è una condizione stabile, deve evolvere verso oggetti a raggio stabile R_0 e lo fa così come si sta cercando di desumere.

Dire che R_0 permette di massimizzare la densità di ξ riducendo il volume del suo contenimento può trovare, più propriamente, una differente formulazione dicendo che il valore R_0 minimizza il "volume" di incontro, quello dove avvengono le interazioni, a vantaggio dell'aumento di quello a disposizione dello spazio dove gli oggetti possono muoversi liberamente. Una avversione all'interazione insomma.

EQUIVALENZE

una relazione \mathfrak{R} su una coppia di elementi di un insieme \mathfrak{T} che rispetta le seguenti proprietà:

$\mathfrak{R}(x,x) \quad x \in \mathfrak{T}$	riflessiva
Se $\mathfrak{R}(x,y)$ allora $\mathfrak{R}(y,x) \quad x,y \in \mathfrak{T}$	simmetrica
Se $\mathfrak{R}(x,y)$ e $\mathfrak{R}(y,z)$ allora $\mathfrak{R}(x,z) \quad x,y,z \in \mathfrak{T}$	transitiva

è una relazione di equivalenza.

Una relazione di equivalenza ripartisce l'insieme in sottoinsiemi disgiunti la cui unione è \mathfrak{S} (quoziente su \mathfrak{S}).

Due elementi dello stesso sottoinsieme sono reciprocamente rappresentativi. Il segno “=” è una relazione di equivalenza. In senso fisico: se $x=y$ è dire: x è la stessa cosa y ; accettando il concetto che parlare dell'una è la stessa cosa che parlare dell'altra.

OGGETTI DI RAGGIO UNO

Si è visto che gli oggetti $\langle U \rangle$ di Raggio 1 e $\xi=0$ costituiscono i nuclei degli oggetti a energia $\xi \neq 0$ e raggio $R \geq 1$, inoltre il complesso di tutti gli oggetti a energia finita più l'oggetto $\langle O \rangle$, il PUNTO, sono equivalenti a un oggetto $\langle U \rangle$.

Ci si domanda se l'equivalenza permette di trovare la presenza di oggetti U anche in altre posizioni che non siano il centro degli oggetti a energia finita.

A tale scopo sia $\langle B \rangle$ un oggetto rappresentato da una matrice $L_B * M_j = M_{Bj}$ in un riferimento con origine nel suo centro; i prodotti possibili di B con due oggetti A simmetrici rispetto al riferimento principale di B sono:

$$L_B * (A_i * M_j * A \sigma_i) \quad \text{ma} \quad A_i * M_j = (\mp) M_j * A_i \quad \text{da cui}$$

$$L_B * (A_i * M_j * A \sigma_i) = L_B * [(\mp) M_j * A_i * A \sigma_i] \Rightarrow A_i * M_j * A \sigma_i = (\mp) M_j * A_i * A \sigma_i \quad \text{ma} \quad A \sigma_i = -\underline{A}$$

$$A_i * M_j * A \sigma_i = (\pm) M_j * A_i * \underline{A}_i = (\pm) M_j * \Psi_{A_i}$$

Analogo risultato (ovviamente) per:

$$L_B * (A \sigma_i * M_j * A_i) \quad L_B * (A \sigma_i * M_j * A_i) = L_B * [(\mp) A \sigma_i * A_i * M_j] \quad A \sigma_i * M_j * A_i = (\pm) \underline{A}_i * A_i * M_j$$

In definitiva:

$$i=1 \quad A_i * M_j * A \sigma_i = A \sigma_i * M_j * A_i = (\pm) \Psi_{A_i} * M_j \quad R_{A_i}^2 = -\Psi_{A_i}$$

$$i=2,3,4 \quad A_i * M_{B_j} * A \sigma_i = A \sigma_i * M_j * A_i = (\pm) M_j * R_{A_i}^2 \quad R_{A_i}^2 = \Psi_{A_i}$$

prescindendo da una modifica del raggio di B la M_j in rappresentanza di B modifica eventualmente la sua locazione soltanto in dipendenza di (\mp) o di (\pm) se $A_i = U_i$ $R_{A_i}^2 = 1$ il raggio di B resta uguale.

$$i=1 \quad U_i * M_{B_j} * U \sigma_i = U \sigma_i * M_{B_j} * U_i = (\mp) M_{B_j}$$

$$i=2,3,4 \quad U_i * M_{B_j} * U \sigma_i = U \sigma_i * M_{B_j} * U_i = (\pm) M_{B_j}$$

con queste relazioni si compone la seguente tabella:

$U_i * M_{B_j} * U \sigma_i = U \sigma_i * M_{B_j} * U_i$	i=1	i=2	i=3	i=4
j=1	+M _{B1}	-M _{B1}	-M _{B1}	-M _{B1}
j=2	+M _{B2}	-M _{B2}	+M _{B2}	+M _{B2}
j=3	+M _{B3}	+M _{B3}	-M _{B3}	+M _{B3}
j=4	+M _{B4}	+M _{B4}	+M _{B4}	-M _{B4}

I segni + o - nella tabella sono giustificati da due cause concorrenti:

- il valore di i stabilisce la validità della prima relazione, quella con (\mp) , per la prima colonna e la seconda relazione, quella (\pm) , per le altre posizioni

- poi, di questi doppi segni preliminarmente “aggiudicati”, si deve scegliere quello inferiore per la prima riga prima colonna e diagonale principale e il segno superiore per le altre posizioni.

Nella tabella si sono evidenziati in grigio alcune posizioni; esse mostrano un’equivalenza, in relazione al prodotto in un riferimento preso al centro di $\langle B \rangle$, di un oggetto $\langle B \rangle$ e di $\langle B \rangle$ accompagnato da due oggetti simmetrici di raggio unitario. Se i due oggetti simmetrici che accompagnano B non sono di raggio unitario, ma comunque simmetrici, l’equivalenza è con un B' di raggio adeguato rispetto a B ma nella sua stessa posizione.

Ma questo vuol dire che, in quelle posizioni della tabella, un $\langle B \rangle$ di $\$, nel suo riferimento centrale, è equivalente a se stesso o a un B' nella stessa posizione circondato con simmetria centrale da quanti se ne vuole di coppie, particolari nel tipo, simmetriche rispettando la legge del prodotto; se i due oggetti simmetrici hanno Raggio 1 B rimane identico a se stesso, per tale motivo tale riferimento è detto RIFERIMENTO PRINCIPALE(RP) ed è nella sua specificità “ammissibile”.$

Naturalmente non va dimenticato che questa compresenza è relativa alle 4 dimensioni x,y,z,L , mentre un contesto così fatto, se letto in x,y,z all’evolversi di L e individuando ciascun oggetto $\langle A \rangle$ con il suo invariante, non si fa fatica a leggere in esso una fenomenologia di propagazione radiale che induce intanto a pensare a una generazione di tali oggetti dal nucleo di $\langle B \rangle$.

Vista in questo modo la distribuzione di oggetti $\langle A \rangle$, ogni volta che una coppia è emessa, è indipendente da $\langle B \rangle$ segue una sua evoluzione autonoma, naturalmente legata alla posizione di $\langle B \rangle$ al momento dell’emissione, ma non lo insegue se questo cambia posizione.

Complessivamente queste coppie evolvono in Riferimenti Caratteristici non contraddicendo la simmetria centrale rispetto alla posizione avuta da $\langle B \rangle$ al momento della loro “generazione”. In altre parole gli oggetti hanno la caratteristica intrinseca di poter “emettere” in tutte le direzioni, con modalità ancora non definite, rispettando comunque la somma totale delle ξ , un flusso di oggetti simmetrici che si propagano e che a loro volta può interagire a distanza con gli altri oggetti che incontra.

Si può specificare la natura di tali flussi attingendo dai risultati dalla precedente tabella:

Tutti gli oggetti	“emettono” un flusso centrale di oggetti A_1
Soltanto gli oggetti di $\$_3$ e $\$_4$	“emettono” un flusso centrale di oggetti A_2
Soltanto gli oggetti di $\$_2$ e $\$_4$	“emettono” un flusso centrale di oggetti A_3
Soltanto gli oggetti di $\$_2$ e $\$_3$	“emettono” un flusso centrale di oggetti A_4

viceversa:

Gli oggetti di $\$_1$ hanno interazioni a distanza per mezzo di oggetti del tipo	A_1
Gli oggetti di $\$_2$ hanno interazioni a distanza per mezzo di oggetti del tipo	A_1, A_3, A_4 ($A_3 * A_4 = A_2$)
Gli oggetti di $\$_3$ hanno interazioni a distanza per mezzo di oggetti del tipo	A_1, A_2, A_4 ($A_2 * A_4 = A_3$)
Gli oggetti di $\$_4$ hanno interazioni a distanza per mezzo di oggetti del tipo	A_1, A_2, A_3 ($A_2 * A_3 = A_4$)

In breve, tutti gli oggetti possono emettere oggetti di tipo A_1 ma anche oggetti $A_i \in \$_i$ con $\$_i$ diverso dall’insieme di appartenenza dell’oggetto emittitore se $i \neq 1$.

Gli stessi oggetti se hanno una emissione del tipo non previsto negli casi elencati, dovrebbero comportarsi non stabilmente e commutare, per ogni coppia emessa, nel corrispondente antioggetto (cambio del segno di M quindi cambio del segno di L); in tali condizioni si ha di fatto una struttura duale oggetto–antioggetto alternante.

L’emissione di coppie simmetriche di oggetti da parte di un oggetto B assume un carattere messaggero di B se ciascun oggetto A emesso non è a sua volta capace di emettere altre coppie di

oggetti $\langle A', A\sigma' \rangle$. In caso contrario il loro movimento diventerebbe rapidamente caotico a densità incontrollabile.

Nel complesso gli oggetti A emessi da B e quelli da loro stessi emessi, interagendo reciprocamente finirebbero per somigliare a un gas in espansione disordinata e autoalimentata pur conservando la ξ totale.

Un risultato ragionevole, lo si ottiene (ragioni più dettagliate di tale comportamento saranno viste in seguito) se gli oggetti, in generale, emettono coppie radiali solo se hanno $\xi > 0$; hanno cioè una corona energetica e tale emissione ha lo scopo di adeguare il raggio dell'emettitore aiutandolo a diventare R_0 . Pertanto gli oggetti che hanno raggio R_0 emettono solo coppie $\langle U, U\sigma \rangle$ di raggio $R=1$ con $\xi=0$ e queste ultime non sono in grado di emettere ulteriori coppie perchè non hanno corona energetica. In questo modo la possibilità di emettere messaggeri è attribuita alla corona energetica dell'emettitore.

Gli oggetti U interagiscono soltanto con gli altri oggetti che incontrano e questi provengono da A solo se hanno avuto una precedente interazione che li ha deviati dal loro percorso originario radiale. Quanto affermato comunque troverà precisazioni e limiti nel proseguire del discorso.

MOTO degli OGGETTI $\langle U \rangle$

Un riferimento che accompagna $\langle U \rangle$, o anche un $\langle A \rangle$, vede l'oggetto emettitore B, immutato nella sua caratteristica espressa da ψ o R costante, se la legge del moto di $\langle U \rangle$ è la stessa espressione di ψ o R dell'emettitore B.

Infatti, per ciascun oggetto della coppia emessa, il momento dell'emissione è un evento a partire dal quale evolve il parametro L associato a una traiettoria radiale centrata sull'oggetto emettitore. Preso su questa un asse delle ascisse s reale con origine nel centro dell'oggetto emettitore, si può scrivere:

$$R^2 = s^2 + L^2 \quad \begin{cases} L \text{ è reale} & \text{se } s < R \\ L \text{ è immaginaria} & \text{se } s > R \\ L = 0 & \text{se } s = R \end{cases}$$

Dalla quale si ricava subito la legge del moto:

$$s(L) = \pm \sqrt{R^2 - L^2}$$

il segno \pm specifica la scelta possibile, moto simmetrico rispetto all'origine, per ciascun elemento della coppia messaggera; scelta la direzione del segno +:

$$s(L) = \sqrt{R^2 - L^2}.$$

Associato al parametro L, che cambia "natura" quando $\langle U \rangle$ attraversa la superficie di consistenza, si introduce un parametro T sempre reale nel seguente modo:

$$L = \sigma * T \quad \text{dove} \quad \begin{cases} \sigma = -1 & \text{se } s < R \\ \sigma = i & \text{se } s > R \end{cases} \quad i = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} \quad s = R \quad \sigma \text{ perde significato o } T = 0$$

Fa seguito la specializzazione della legge del moto che può esprimersi con la seguente:

$$s(T) = \sqrt{R^2 - (\sigma * T)^2} \quad \text{l'inversa (positiva) della quale è} \quad T(s) = \frac{1}{\sigma} * \sqrt{R^2 - s^2}$$

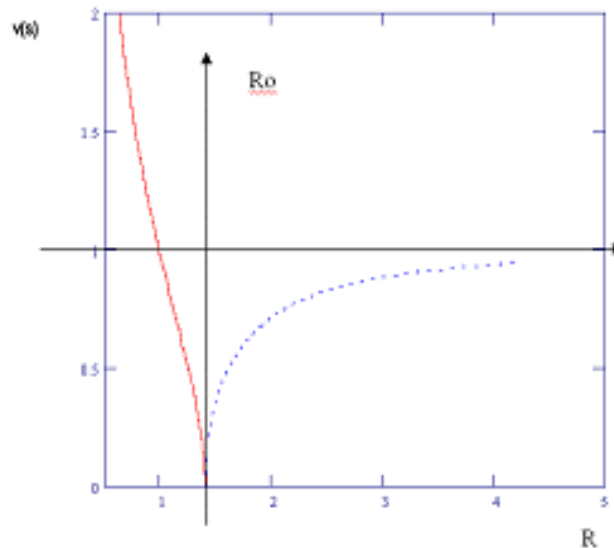
È immediato il calcolo della velocità:

$$v = \frac{ds(T)}{dT} = - \frac{\sigma^2 * T}{\sqrt{R^2 - (\sigma * T)^2}} = -\sigma^2 * \frac{T}{s}$$

Oppure:

$$v(s) = -\sigma * \frac{\sqrt{R^2 - s^2}}{s}$$

Per “s”=0 v non è definita, ma in prossimità di “s”=0 il modulo di v è molto grande; mentre sulla superficie di consistenza, s=R v=0; infine per s>R v cresce asintoticamente da zero fino a 1. L’andamento di v(s) è il seguente:



Il moto degli oggetti <U> “inizia” con una velocità enorme poi decrescente fino alla superficie di consistenza dove si annulla. I valori sono poco consueti, però il moto degli oggetti <U> non è da intendersi continuo ma conseguente a una transizione ortogonale, fin quanto si trovano internamente ad A, procede a scatti.

Si può ammettere che il primo passo porta l'oggetto <U> da s=0 e T=-R in una posizione dove s=R e T=0; in questo caso la velocità media, calcolata anche accettando la relazione del moto continuo, è 1.

Infatti tale prima interazione è facilmente deducibile perché in primo luogo, nel tratto in questione, la velocità v è monotona(decrescente) e poi, la posizione s=R distante dall'origine di Δs=R è raggiunta dal moto continuo virtuale di <U> a T=0 dopo un ΔT=0-(-R)=R quindi v=Δs/ΔT=1(v media) se <U> alla prima interazione si porta ad s=R.

Per s>R₀ la velocità cresce (a causa della distribuzione di ξ in <A> che espelle <U>) rapidamente a partire da 0 avvicinandosi al valore asintotico 1; già quando s=2*R v è prossima a 0.9.

(la velocità della luce non è costante????)

In questo modo l’oggetto acquisisce il trascorrere del tempo in relazione a un suo messaggero che si allontana, altrimenti in un riferimento solidale con esso la componente L è ferma al pari delle componenti di posizione .

INTERAZIONI

CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO

Riportando l’attenzione sulla relazione ANTICOMMUTATIVA dei prodotti in \$:

$$A^\circ * B^\circ = (\pm) \underline{B^\circ * A^\circ}$$

dove, il segno superiore vale per prodotti GC il segno inferiore per le altre combinazioni (GA).
 Le matrici $(A_i^\circ * B_j^\circ)$ e $(B_j^\circ * A_i^\circ)$, della precedente, appartengono a $\$_{\Omega(i,j)}$ insieme in genere diverso dall'insieme di appartenenza sia di A che di B; però, l'ordine dei fattori ci consente di associare $A_i^\circ * B_j^\circ$ e $B_j^\circ * A_i^\circ$ rispettivamente agli oggetti A e B con il significato di composti intermedi di tipo concettuale, di passaggio di A e B, da prima a dopo l'interazione, con il proposito di determinare questo ipotetico legame.

Nella relazione ANTICOMMUTATIVA le due matrici in questione possono dettagliarsi nel seguente modo:

$$(A_i^\circ * B_j^\circ)^\circ + M_{A_i^\circ * B_j^\circ} = (\pm)(B_j^\circ * A_i^\circ)^\circ (\mp) M_{B_j^\circ * A_i^\circ}$$

la simmetria e le caratteristiche della tabella dei prodotti, permettono di osservare che le componenti non nulle di $(A_i^\circ * B_j^\circ)^\circ$ e $(B_j^\circ * A_i^\circ)^\circ$ hanno le stesse posizioni nella struttura delle due matrici così come quelle di $M_{A_i^\circ * B_j^\circ} = L_{A_i^\circ * B_j^\circ} * M_{\Omega(i,j)}$ e $M_{B_j^\circ * A_i^\circ} = L_{B_j^\circ * A_i^\circ} * M_{\Omega(j,i)}$ (appartengono a $\$_{\Omega(i,j)} = \$_{\Omega(j,i)}$).

Inoltre le componenti non nulle di $(A_i^\circ * B_j^\circ)^\circ$ e $(B_j^\circ * A_i^\circ)^\circ$ sono in posizioni complementare rispettivamente a quelle di $M_{A_i^\circ * B_j^\circ}$ e $M_{B_j^\circ * A_i^\circ}$ pertanto la precedente equazione si può sdoppiare nelle seguenti:

$$(A_i^\circ * B_j^\circ)^\circ = (\pm)(B_j^\circ * A_i^\circ)^\circ \quad \text{e} \quad L_{A_i^\circ * B_j^\circ} * M_{\Omega(i,j)} = (\mp) L_{B_j^\circ * A_i^\circ} * M_{\Omega(j,i)}$$

$$\text{dove } L_{A_i^\circ * B_j^\circ} = (\mp) L_{B_j^\circ * A_i^\circ}$$

Il segno invertito tra la prima e la seconda è diretta conseguenza del coniugato che cambia segno alle sole componenti L.

La stessa relazione di L vale per T, "Tempo", dove $T=L$ se L è reale $T=i*L$ se L è immaginaria (qui L è reale in quanto componente di un prodotto tra matrici di reali, matrici di $\$^\circ$):

$$T_{A_i^\circ * B_j^\circ} = (\mp) T_{B_j^\circ * A_i^\circ}$$

Si dividono ambo i membri della relazione tra matrici $\$^\circ$ per $T_{A_i^\circ * B_j^\circ}$:

$$\frac{(A_i^\circ * B_j^\circ)^\circ}{T_{A_i^\circ * B_j^\circ}} = \frac{(\pm)(B_j^\circ * A_i^\circ)^\circ}{T_{A_i^\circ * B_j^\circ}} = \frac{(\pm)(B_j^\circ * A_i^\circ)^\circ}{(\mp) T_{B_j^\circ * A_i^\circ}} = - \frac{(B_j^\circ * A_i^\circ)^\circ}{T_{B_j^\circ * A_i^\circ}}$$

Per transitività:

$$\frac{(A_i^\circ * B_j^\circ)^\circ}{T_{A_i^\circ * B_j^\circ}} = - \frac{(B_j^\circ * A_i^\circ)^\circ}{T_{B_j^\circ * A_i^\circ}} \quad \text{oppure} \quad \frac{(A_i^\circ * B_j^\circ)^\circ}{T_{A_i^\circ * B_j^\circ}} + \frac{(B_j^\circ * A_i^\circ)^\circ}{T_{B_j^\circ * A_i^\circ}} = 0$$

Definite le quantità:

$$\Delta Q_A = \frac{(A_i^\circ * B_j^\circ)^\circ}{T_{A_i^\circ * B_j^\circ}} \quad \Delta Q_B = \frac{(B_j^\circ * A_i^\circ)^\circ}{T_{B_j^\circ * A_i^\circ}}$$

le precedenti diventano:

$$\Delta Q_A = -\Delta Q_B \quad \text{oppure} \quad \Delta Q_A + \Delta Q_B = 0$$

Il simbolo incrementale Δ davanti a Q è stato imposto perché i valori ricavati sono dipendenti dalle sole posizioni di A e B relativamente a RC e non contengono nessuna informazione riguardante il

moto di A e di B in avvicinamento reciproco; pertanto tali valori devono ritenersi come elementi correttivi, introdotti dall'interazione, sul moto di A e di B.

Le quantità ΔQ sono oggetti virtuali, sono un'evidenza di un calcolo che mostra una conservazione in aggiunta a quella dell'Energia-P. Inoltre la relazione di conservazione, $\Delta Q_{A \circ * B \circ} + \Delta Q_{B \circ * A \circ} = 0$, legata alla sola circostanza dell'interazione, è additiva come l'Energia-P, ξ , a differenza dei raggi che invece sono moltiplicativi, $R_{A * B} = R_A * R_B$.

La simmetria conforme delle due quantità ΔQ rispetto ad A e a B, suggerisce di attribuire ad esse un significato, per il momento generico, di effetto dell'interazione rispettivamente su ciascuno degli oggetti, A e B: A "avverte" l'interazione attraverso ΔQ_A e B attraverso ΔQ_B .

Però questa associazione deve ulteriormente specializzarsi perché le due quantità ΔQ_A e ΔQ_B appartengono a $\$_{\Omega(i,j)}$, in generale diverso sia da $\$_i$ di A che da $\$_j$ di B.

Si può, allo scopo, pensare l'interazione in maniera più articolata:

- Al momento dell'incontro l'oggetto A è indotto da B ad emettere una coppia di messaggeri, M_{SSA_j} , dello stesso tipo $\$_j$ di B e analogamente B è indotto da A ad emettere una coppia di messaggeri, M_{SSB_i} , del tipo $\$_i$ di A.

- Uno dei messaggeri emessi da ciascuna coppia, prima di sfuggire, è riassorbito e trasforma sostanzialmente l'oggetto virtuale del tipo $\$_{\Omega(i,j)}$ nel tipo dell'oggetto a cui è associato (A o B).

Un'emissione così fatta non sempre è ammessa in modo semplice. Infatti, se uno dei due oggetti è di $\$_1$ e l'altro è di $\$_i$ con $i \neq 1$, l'oggetto di $\$_1$ non è in grado, in prima battuta, di emettere un messaggero di $\$_i$ senza tramutarsi in antioggetto. Analoga situazione si ha se i due oggetti interagenti sono dello stesso tipo ma $\neq \$_1$.

In tale eventualità e ad altre simili, si può ipotizzare però una doppia emissione, due coppie di messaggeri, la seconda delle quali ritrasforma l'antioggetto, conseguente alla prima emissione, in oggetto.

Invece, nel caso che i due oggetti appartengono entrambe a $\$_1$, l'emissione di coppie messaggere reciprocamente indotte sono di $\$_1$ e questo è permesso. Negli altri casi, $i, j \neq 1$ e $i \neq j$, emettere messaggeri non appartenenti all'insieme dell'emettitore è possibile senza che l'oggetto emettitore si trasformi in antioggetto.

L'emissione reciprocamente stimolata di tali messaggeri è riassunta nella seguente tabella:

$A \in \$_1$ $B \in \$_1$ $A * B \in \$_1$ messaggeri emessi $2 \in \$_1$ $2 \in \$_1$ Tot.mess.emess. 4	$A \in \$_2$ $B \in \$_1$ $A * B \in \$_2$ messaggeri emessi $2 \in \$_1$ $4 \in \$_2$ Tot.mess.emess. 6	$A \in \$_3$ $B \in \$_1$ $A * B \in \$_3$ messaggeri emessi $2 \in \$_1$ $4 \in \$_3$ Tot.mess.emess. 6	$A \in \$_4$ $B \in \$_1$ $A * B \in \$_4$ messaggeri emessi $2 \in \$_1$ $4 \in \$_4$ Tot.mess.emess. 6
$A \in \$_1$ $B \in \$_2$ $A * B \in \$_2$ messaggeri emessi $4 \in \$_2$ $2 \in \$_1$ Tot.mess.emess. 6	$A \in \$_2$ $B \in \$_2$ $A * B \in \$_1$ messaggeri emessi $4 \in \$_2$ $4 \in \$_2$ Tot.mess.emess. 8	$A \in \$_3$ $B \in \$_2$ $A * B \in \$_4$ messaggeri emessi $2 \in \$_2$ $2 \in \$_3$ Tot.mess.emess. 4	$A \in \$_4$ $B \in \$_2$ $A * B \in \$_3$ messaggeri emessi $2 \in \$_2$ $2 \in \$_4$ Tot.mess.emess. 4
$A \in \$_1$ $B \in \$_3$ $A * B \in \$_3$ messaggeri emessi $4 \in \$_3$ $2 \in \$_1$ Tot.mess.emess. 6	$A \in \$_2$ $B \in \$_3$ $A * B \in \$_4$ messaggeri emessi $2 \in \$_3$ $2 \in \$_2$ Tot.mess.emess. 4	$A \in \$_3$ $B \in \$_3$ $A * B \in \$_1$ messaggeri emessi $4 \in \$_3$ $4 \in \$_3$ Tot.mess.emess. 8	$A \in \$_4$ $B \in \$_3$ $A * B \in \$_2$ messaggeri emessi $2 \in \$_3$ $2 \in \$_4$ Tot.mess.emess. 4
$A \in \$_1$ $B \in \$_4$ $A * B \in \$_4$ messaggeri emessi $4 \in \$_4$ $2 \in \$_1$ Tot.mess.emess. 6	$A \in \$_2$ $B \in \$_4$ $A * B \in \$_3$ messaggeri emessi $2 \in \$_4$ $2 \in \$_2$ Tot.mess.emess. 4	$A \in \$_3$ $B \in \$_4$ $A * B \in \$_2$ messaggeri emessi $2 \in \$_4$ $2 \in \$_3$ Tot.mess.emess. 4	$A \in \$_4$ $B \in \$_4$ $A * B \in \$_1$ messaggeri emessi $4 \in \$_4$ $4 \in \$_4$ Tot.mess.emess. 8

- Sia k il numero di messaggeri emessi, dove $k=2$ se l'emissione è di una sola coppia e $k=4$ nel caso di una doppia coppia emessa, di questi, quelli che sfuggono all'interazione per ciascun oggetto virtuale, $A^\circ * B^\circ$ e $B^\circ * A^\circ$, sono $k-1$, cioè k meno il messaggero riassorbito.

In aggiunta a questi messaggeri gli oggetti, interagenti, possono emettere, senza modificare il tipo dell'oggetto, anche coppie di messaggeri, eventualmente nessuna, del tipo $\$1$ in ragione a eventuali altre necessità, p.es. contenere la ξ di ciascun messaggero; siano questi ultimi $k1$ messaggeri con $k1$ pari (coppie).

Nel RC di A° e B° ne consegue un oggetto $A^\circ * B^\circ$ associato ad A e un altro $B^\circ * A^\circ$ associato a B che se moltiplicati per i corrispettivi messaggeri fuggiti devono equivalersi rispettivamente a $A^\circ * B^\circ$ e a $B^\circ * A^\circ$; cioè:

$$M_{SSA_j}^{(k_A+k1_A-1)} * A^\circ * B^\circ = A^\circ * B^\circ \quad M_{SSB_i}^{(k_B+k1_B-1)} * B^\circ * A^\circ = B^\circ * A^\circ$$

$$(R_{A_{MSS}} * U_j)^{(k_A+k1_A-1)} * A^\circ * B^\circ = A^\circ * B^\circ \quad (R_{B_{MSS}} * U_i)^{(k_B+k1_B-1)} * B^\circ * A^\circ = B^\circ * A^\circ$$

Dove le U sono oggetti di raggio 1.

Si pone l'attenzione su uno soltanto degli oggetti in questione, A o B , per l'altro il ragionamento è identico; si può scrivere la relazione dell'energia dell'oggetto in argomento nel passare da prima dell'interazione a dopo:

$$\xi' = \xi - \xi_{t_{MSS}}(\xi)$$

dove $\xi_{t_{MSS}}(\xi)$ è l'Energia-P totale prelevata all'oggetto dai messaggeri sfuggiti.

In questo modo si ammette la possibilità per i messaggeri di modulare l'Energia-P dell'oggetto se si presenta la necessità di farlo, come quando l'oggetto in questione ha un raggio diverso da R_0 e ξ diversa da 1.

In altre parole i messaggeri, partendo dal nucleo con Energia-P nulla, nell'attraversare la corona energetica dell'oggetto scambiano Energia-P aiutando l'oggetto a portarsi alla condizione stabile con $R=R_0$ e $\xi=1$.

Così facendo, si completa l'ammissione di avere messaggeri solo per oggetti con corona energetica non nulla dicendo che l'occasione per farlo è l'interazione, e questa esercita un aggiustamento dell'Energia-P dell'oggetto per cercare di condurlo ad avere $R=R_0$ e $\xi=1$.

Se l'oggetto ha $R=R_0$ e $\xi=1$, in caso di interazione, $\xi_{t_{MSS}}(\xi)$ deve essere nulla (messaggeri di raggio 1).

Alcune specifiche della funzione $\xi_{t_{MSS}}(\xi)$ possono essere già elencate:

- Se $\xi=1$ i messaggeri non scambiano Energia-P con la corona energetica dell'oggetto, $\xi_{t_{MSS}}(1)=0$, e l'oggetto rimane invariato in ξ .
- Per $\xi \rightarrow 0$ $\xi_{t_{MSS}} \rightarrow -\infty$; in particolare un oggetto nullo, isolato, non contornato da corona energetica, emette un oggetto di raggio nullo (un punto) diventando a sua volta grandissimo (generazione dell'universo degli oggetti).

Questa particolarità si vuole riservare, per quanto possibile, al solo caso del nulla originario, generatore dell'universo degli oggetti, evitando che questo avvenga ogni qualvolta un oggetto diventando "stabile" interagisce emettendo messaggeri a $\xi_{MSS}=0$. In qualche modo la tendenza alla stabilità, pur presente nell'intento, non deve mai raggiungere lo scopo.

- Se $\xi > 1$ $\xi_{t_{Mss}} > 0$.

Si possono prendere in considerazione più funzioni per $\xi_{t_{Mss}}(\xi)$, se ne riportano alcune a meno di un fattore positivo di modulazione:

$$\frac{\xi^\alpha - 1}{\xi} \quad \text{con } \alpha > 1, \quad \frac{\xi - 1}{\xi^\beta} \quad \text{con } \beta < 1, \quad \ln(\xi) \quad \ln(|\xi|)$$

Tutte rispondono ai requisiti quantitativi: Se $\xi=1$ $\xi_{t_{Mss}}(1)=0$; Se $\xi > 1$ $\xi_{t_{Mss}} > 0$; Se $\xi \rightarrow 0$ $\xi_{t_{Mss}} \rightarrow -\infty$; però l'ultima è la più attendibile perché permette di giungere facilmente a una forma del ΔQ molto consueta; pertanto, pur avendo esplorato sommariamente anche le altre, poniamo l'attenzione su questa:

$$\xi' = \xi - k k * \ln(|\xi|)$$

Con $k k > 0$ parametro da determinare che correla la relazione scelta all'Energia-P prelevata all'oggetto dai messaggeri.

I $k+k1-1$ messaggeri che si ripartiscono l'energia prelevata dall'oggetto avranno ciascuno:

$$\xi_{Mss} = \frac{\xi_{t_{Mss}}}{k + k1 - 1} = \frac{k k * \ln(|\xi|)}{k + k1 - 1}$$

Da cui risulta che il raggio di ciascun messaggero è:

$$R_{Mss} = e^{\xi_{Mss}/3} = e^{\frac{k k * \ln(|\xi|)}{3*(k+k1-1)}} = \left(e^{\ln(|\xi|)} \right)^{\frac{k k}{3*(k+k1-1)}} = |\xi|^{\frac{k k}{3*(k+k1-1)}}$$

Si osserva che il $k1$ consente di ripartire l'Energia_P tra più messaggeri impedendo che questi eccedono nel raggio.

La formula $\xi_{t_{Mss}}(\xi) = k k * \ln(|\xi|)$ (Energia-P prelevata all'oggetto nell'interazione), per $k k = 3$, permette a ΔQ di assumere una forma molto familiare:

(consideriamo la prima, quella concernente l'oggetto A)

$$A^\circ * B^\circ = (R_{A_{Mss}} * U_j)^{(k_A + k1_A - 1)} * A^\circ * B^\circ$$

$$A^\circ * B^\circ = R_{A_{Mss}}^{(k_A + k1_A - 1)} * (U_j^{(k_A + k1_A - 1)} * A^\circ * B^\circ)$$

$$A^\circ * B^\circ = \left[|\xi_A|^{\frac{k k}{3*(k_A + k1_A - 1)}} \right]^{(k_A + k1_A - 1)} * (U_j^{(k_A + k1_A - 1)} * A^\circ * B^\circ)$$

$$A^\circ * B^\circ = |\xi_A|^{\frac{k k}{3}} * (U_j^{(k_A + k1_A - 1)} * A^\circ * B^\circ)$$

$$(A^\circ * B^\circ)^\circ = |\xi_A|^{\frac{k k}{3}} * (U_j^{(k_A + k1_A - 1)} * A^\circ * B^\circ)^\circ$$

$$\Delta Q_A = \frac{(A_i^\circ * B_j^\circ)^\circ}{T_{A_i^\circ * B_j^\circ}} = |\xi_A|^{\frac{k k}{3}} * \frac{(U_j^{(k_A + k1_A - 1)} * A^\circ * B^\circ)^\circ}{T_{A_i^\circ * B_j^\circ}} = |\xi_A|^{\frac{k k}{3}} * \frac{\Delta S_A}{T_{A_i^\circ * B_j^\circ}} = |\xi_A|^{\frac{k k}{3}} * \Delta V_A$$

$$\text{Per } kk=3: \quad \Delta Q_A = |\xi_A| * \Delta V_A$$

Dove ΔS_A e ΔV_A sono matrici di $\$^\circ_i$.

Si osserva una singolare coincidenza tra la “massa inerziale” e il modulo dell’Energia-P.

Se invece $kk \neq 3$ la coincidenza tra massa e modulo dell’Energia-P c’è solo se $\xi=1$.

Però non bisogna dimenticare che il valore ΔS_A , conseguente a ΔQ_A , non prende in considerazione l’eventuale detrazione di ΔQ_{MSS} prelevata dal messaggero disparo tra quelli che sfuggono, gli altri sono a coppie identiche e simmetriche $\Delta Q_{2MSS}=0$; pertanto quei ΔS_A o ΔV_A si associano all’oggetto solo per coerenza nel tipo e sono valori complessivi, il valore vero $\Delta Q'_A$ dell’oggetto dopo l’interazione, per essere determinato, avrebbe bisogno di un correttivo su ΔQ_A :

$$\Delta Q_A = \Delta Q'_A + \Delta Q_{MSS}$$

Il messaggero disparo che sfugge da A è coerente, in genere, con il tipo di B e non di A; ciò fa pensare che la sua quantità di moto è a spese di B e non di A; pertanto il correttivo ΔQ_{MSS} da considerare nella precedente è quello relativo al messaggero disparo emesso da B indotto da A. Prescindendo dalle coppie emesse, le quali non alterano il bilancio di ΔQ_A , il valore ΔQ_{MSS} del messaggero di A è a carico di B con una azione diretta senza il bisogno di immaginare l’emissione di una coppia di messaggeri di cui uno viene riassorbito.

Nel RC ΔQ_{MSS} è una matrice $\$$ del tipo di A, a carico di A anche se il messaggero che la detiene è emesso da B, la cui direzione è, per “simmetria”, coincidente con la congiungente il centro di A e quello di B nel verso “esterno” e $\Delta V_{MSS}=1$; l’emissione del messaggero solidale al nucleo di A finisce asintoticamente per allontanarsi da A con velocità uguale a 1, mentre la $\xi_{MSS}=kk * \text{Ln}(|\xi_A|)/(k+k1-1)$ da cui:

$$\Delta Q_{MSS} = \frac{kk * \text{Ln}(|\xi_A|)}{k + k1 - 1} * U_i$$

dove U_i è una matrice unitaria di posizione $\$^\circ$ del tipo di A, le cui componenti sono :

$$\frac{x_A - x_B}{d_{AB}}, \frac{y_A - y_B}{d_{AB}}, \frac{z_A - z_B}{d_{AB}} \quad \text{dove } d_{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2}$$

Cioè un versore in x,y,z nella direzione la congiungente i centri di A e B.

$\Delta Q'_A$ è la variazione effettiva di Q dell’oggetto A a fine interazione, la cui ξ è variata, può esprimersi con la seguente:

$$\Delta Q'_A = |\xi_A - kk * \text{Ln}(|\xi_A|)|^{\frac{kk}{3}} * \Delta V'_A$$

In definitiva:

$$\Delta Q_A = |\xi_A|^{\frac{kk}{3}} * \Delta V_A = \Delta Q'_A + \Delta Q_{MSS} = |\xi_A - kk * \text{Ln}(|\xi_A|)|^{\frac{kk}{3}} * \Delta V'_A + \frac{kk * \text{Ln}(|\xi_A|)}{k + k1 - 1} * U_i$$

$$|\xi_A - kk * \text{Ln}(|\xi_A|)|^{\frac{kk}{3}} * \Delta V'_A = |\xi_A|^{\frac{kk}{3}} * \Delta V_A - \frac{kk * \text{Ln}(|\xi_A|)}{k + k1 - 1} * U_i$$

dove $\Delta V'_A$ è l’effettiva variazione del moto di A dalla quale si ricava lo spostamento:

$$\Delta S'_A = \Delta V'_A * T_{A_i^\circ * B_i^\circ}$$

È importante, per trovare k_k , analizzare il comportamento dell'andamento dell'Energia-P attraverso l'interazione:

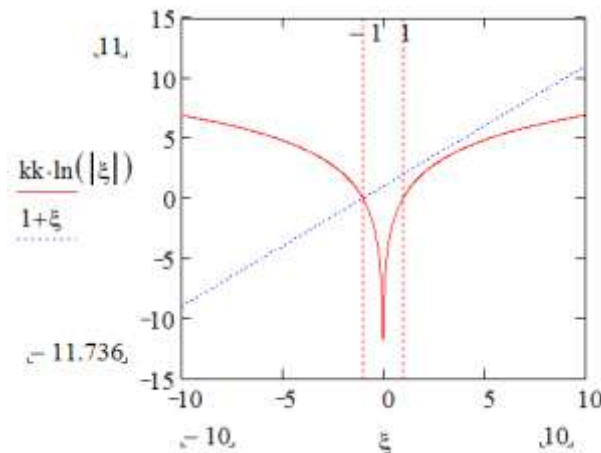
$$\xi' = \xi - k_k * \text{Ln}(|\xi|)$$

Per tutti i valori possibili per la ξ alcuni hanno un'importanza notevole con riferimento al comportamento del susseguirsi delle interazioni. I primi due di questi sono i valori di "equilibrio", cioè quelli che, se raggiunti in qualche modo, non esclusa la loro assegnazione virtuale come valori iniziali, sono tali che $\xi' = \xi$.

Essi sono due:

$$\text{per } \xi = \xi_r \quad \xi' = \xi_r \quad \rightarrow \quad \text{Ln}(|\xi_r|) = 0 \quad \rightarrow \quad \xi_r = \pm 1$$

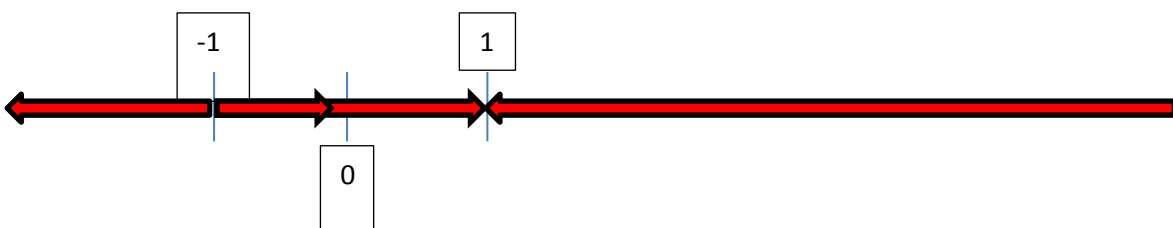
Il valore $\xi_r = -1$ è sicuramente instabile, infatti, in un suo intorno se ξ è tra -1 e 1 il logaritmo è negativo da cui $-k_k * \text{Ln}(|\xi|)$ è positivo quindi il valore di ξ' si "sposta" relativamente a ξ in direzione opposta a $\xi_r = -1$. Mentre se $\xi < -1$ il logaritmo è positivo, e ξ' è ottenuto da $\xi < -1$ togliendo qualcosa e quindi rendendo ξ' ancora più negativo di ξ già minore di -1 ; in completamento a questo, occorre constatare che, non c'è nessun $\xi \neq -1$ per cui $\xi' = -1$; Il seguente grafico è esaustivo dell'affermazione:



Invece il valore $\xi_r = 1$ è indicato come possibile valore di equilibrio stabile infatti, brevemente: se ξ si trova tra -1 e 1 , da quanto detto per il caso precedente ξ' si allontana da -1 relativamente a ξ , e in conseguenza si "sposta" nella direzione di $\xi_r = +1$.

Se invece $\xi > 1$ $-k_k * \text{Ln}(|\xi|)$ è negativo pertanto ξ' si sposta verso $\xi_r = +1$ relativamente a ξ . L'orientamento del movimento nel passare da ξ a ξ' , nel caso del valore critico uguale a $+1$, non significa sicuro avvicinamento al valore critico ma solo concordia del verso dello "spostamento" a seguito dell'interazione; invece si può affermare che, se la successione delle interazioni in esame converge, essa converge sicuramente a $\xi = +1$.

Le seguenti frecce mostrano gli orientamenti degli spostamenti conseguenti all'interazione.



Poiché l'insieme degli oggetti proviene da quello grandissimo originario, $\xi \rightarrow +\infty$, si può trovare quale sia la ξ_i minima possibile a seguito di interazioni successive.

Comunque ξ , il suo valore, ha un minimo relativo posto in ξ_r se la derivata rispetto a ξ di $\xi - kk \cdot \ln(|\xi|)$ si annulla ed è crescente in un intorno di esso:

$$\frac{d[\xi - kk \cdot \ln(|\xi|)]}{d\xi} = \frac{\xi - kk}{\xi} \quad \frac{\xi_r - kk}{\xi_r} = 0 \rightarrow \xi_r = kk$$

se $\xi < \xi_r = kk$ la derivata è negativa se invece $\xi > \xi_r = kk$ la derivata è positiva quindi in un intorno di $\xi_r = kk$ la derivata è crescente; e il minimo vale: $\xi_i = kk - kk \cdot \ln(kk)$.

Il primo limite che si pone è quello di evitare $\xi_i < -1$ affinché la ξ proveniente da $+\infty$ non finisca, interagendo successivamente, a $-\infty$:

$$\xi_i = kk - kk \cdot \ln(kk) > -1$$

Per $kk > 0$ reale ξ_i è sempre decrescente ad eccezione dell'intervallo $kk \in [0, +1]$.

Se si trova un valore $kk_r > 1$ tale che, se sostituito in kk nella precedente $\xi_i = -1$ allora per $kk < kk_r$ $\xi_i > -1$.

Intanto si cerca il valore limite di kk dove $kk_r - kk_r \cdot \ln(kk_r) = -1$

$$kk_r = \frac{kk_r - 1}{\ln(kk_r)}$$

Non c'è una radice analitica per kk_r pertanto si procede con una soluzione numerica eseguita con la seguente procedura in visual C++:

PROCEDURA I° (Limite INFERIORE Chsi= $\xi_i = -1$ Epsln= $10E-15$)

```
Chsi = -1.; kk = 7; yi = 0; /*assegnazioni iniziali*/
while(abs(kk - yi) >= Epsln) /*loop sulla precisione*/
{
    yi = kk;
    kk = (yi - Chsi) / log(abs(yi));
}
_gcvt_s(BufferChsi, 30, kk, 17 );
fileOutGen << "Chsi = " << -1 << " kkr= " << BufferChsi << "\n"; /* stampa*/
```

$$\xi_i = -1 \quad kkr = 3.59112147666862$$

in definitiva:

$$\text{se } kk < 3.59112147666862 \text{ allora } \xi_i > -1$$

Si può immaginare una sequenza d'interazioni successive per un oggetto a $\xi \neq 1$ che, per semplificare le cose, incontra ogni volta un oggetto interagendo con esso sempre con kk uguale; a queste interazioni corrisponde un adeguamento ripetuto di ξ tendente a raggiungere il valore 1; ovviamente tale successione sarà la seguente:

$$\xi_n = \xi_{n-1} - kk \cdot \ln(|\xi_{n-1}|)$$

Con $kk > 0$ reale.

Dalle specifiche, in particolare dalla seconda, si desume che lo scopo non è quello di ottenere per ξ la convergenza a +1, ma di trovare un insieme di ξ con +1 escluso capace di imprigionare in esso,

per quanto possibile e per tutte le iterazioni successive, i valori di ξ di un oggetto che in qualche modo, proveniente dalla “decomposizione” del nulla originario, ci sia finito.

Da questo confinamento intanto si sono esclusi i valori di $\xi \leq -1$ limitando kk ad essere minore di 3.5911...

Successive limitazioni di kk vengono tutte da considerazioni relative a evitare la convergenza di ξ a +1.

Si inizia con il chiedersi per quali valori, da evitare, di kk la successione ξ_n converge a +1 in maniera monotona; cioè:

Se $-1 < \xi_{n-1} < 1$, per i versi di spostamento di ξ , in conseguenza delle interazioni successive, ξ o si avvicina sempre più a 1 o lo supera.

In quest'ultimo caso:

$$\begin{array}{ll} \text{Se } \forall \xi_{n-1} \geq 1 & \text{dove} \quad \text{Ln}(\xi_{n-1}) = \text{Ln}(|\xi_{n-1}|) \\ \text{allora } \xi_{n-1} \geq \xi_n \geq 1 & \text{oppure} \quad \xi_{n-1} \geq \xi_{n-1} - kk * \text{Ln}(\xi_{n-1}) \geq 1 \end{array}$$

(l'uguaglianza vale solo se $\xi_{n-1} = +1$)

Questa condizione, se vera, garantisce la convergenza perché la tesi, $\xi_n \geq +1$, rispetta per ξ_n la stessa condizione prevista nell'ipotesi per ξ_{n-1} ; pertanto è applicabile a tutte le iterazioni successive $\forall n$; questo significa che la successione è monotona e limitata inferiormente e quindi converge; ma l'unico punto di eventuale convergenza per $\xi > +1$ è +1.

La diseuguaglianza di sinistra è sempre rispettata se $kk > 0$; infatti, il logaritmo è sempre positivo per $\xi_{n-1} \geq 1$ quindi per ottenere ξ_n va tolto qualcosa positiva a ξ_{n-1} positivo.

La diseuguaglianza di destra si può scrivere nel seguente modo:

$$\xi_{n-1} - 1 \geq kk * \text{Ln}(\xi_{n-1})$$

La precedente può essere vista come una relazione tra due funzioni di ξ_{n-1} variabile continua sull'asse reale positivo; Il suo primo membro, al variare di ξ_{n-1} , assume valori posti su una retta inclinata di $\pi/4$ passante per il punto $P \equiv (1, 0)$.

Il secondo membro è una funzione di ξ_{n-1} che passa per lo stesso punto $P \equiv (1, 0)$, come la funzione del primo membro, e ha derivata su ξ_{n-1} pari a kk/ξ_{n-1} , monotona decrescente da P in poi.

In sintesi la diseuguaglianza è rispettata se la derivata in P del secondo membro, uguale $kk/1$, è minore o uguale alla derivata del primo membro, che è uguale a 1; quindi per la convergenza monotona:

$$kk \leq 1.$$

Poiché non siamo interessati alla convergenza a +1, per i nostri scopi :

$$kk > 1$$

Prima di proseguire con le condizioni di convergenza (da evitare) ci si chiede per quali valori di kk se $\xi > 0$ allora $\xi' = \xi - \text{Ln}(|\xi|) > 0$:

$$\forall \xi_{n-1} > 0 \quad \xi_{n-1} - kk * \text{Ln}(|\xi_{n-1}|) = \xi_{n-1} - kk * \text{Ln}(\xi_{n-1}) > 0$$

$$\xi_{n-1} > kk * \text{Ln}(\xi_{n-1})$$

Il valore zero per ξ è stato escluso in quanto non esiste il suo logaritmo.

Per $1 > \xi_{n-1} > 0$ la relazione è sempre rispettata per qualunque $kk \geq 0$, in quanto $\text{Ln}(\xi_{n-1})$ è negativo.

Per $\xi_{n-1} > 1$ i due membri della disuguaglianza sono positivi così come è positivo kk , pertanto:

$$kk < \frac{\xi_{n-1}}{\text{Ln}(\xi_{n-1})}$$

in questo modo il problema è ridotto a trovare il minimo della funzione di ξ_{n-1} del secondo membro della precedente relazione per $\xi_{n-1} > 1$.

La derivata rispetto a ξ_{n-1} del secondo membro è:

$$\frac{\text{Ln}(\xi_{n-1}) - 1}{\text{Ln}(\xi_{n-1})^2}$$

sempre crescente per $\xi_{n-1} > 1$, pertanto il minimo, se c'è, si trova in ξ_r dove la derivata è zero:

$$\frac{\text{Ln}(\xi_r) - 1}{\text{Ln}(\xi_r)^2} = 0 \quad \text{Ln}(\xi_r) - 1 = 0 \quad \xi_r = e$$

Da cui

$$kk < \frac{\xi_r}{\text{Ln}(\xi_r)} = e \quad kk < e$$

Ritornando al problema della convergenza, per $kk > 1$ la successione in esame può eventualmente continuare ad essere convergente anche se tale convergenza non è più monotona.

Ci si può chiedere fino a quale valore di kk la successione converge e ciò si formalizza con la seguente:

$$\forall \xi_{n-1} > 0 \quad |\xi_{n+1} - \xi_n| < |\xi_n - \xi_{n-1}|$$

$$\text{ma } \xi_{n+1} - \xi_n = -kk * \text{Ln}(|\xi_n|) \quad e \quad \xi_n - \xi_{n-1} = -kk * \text{Ln}(|\xi_{n-1}|)$$

Quindi:

$$|-kk * \text{Ln}(|\xi_n|)| < |-kk * \text{Ln}(|\xi_{n-1}|)|$$

$$|-kk| * |\text{Ln}(|\xi_n|)| < |-kk| * |\text{Ln}(|\xi_{n-1}|)|$$

Ma il fattore $|-kk|$ è positivo quindi possiamo dividere ambo i membri della disuguaglianza per esso ottenendo:

$$|\text{Ln}(|\xi_n|)| < |\text{Ln}(|\xi_{n-1}|)| \quad \text{oppure} \quad |\text{Ln}(|\xi_{n-1} - kk * \text{Ln}(|\xi_{n-1}|)|)| < |\text{Ln}(|\xi_{n-1}|)|$$

Si rendono impliciti gli indici della ξ_{n-1} , e si studia la precedente come funzione di ξ :

$$|\text{Ln}(|\xi - kk * \text{Ln}(|\xi|)|)| < |\text{Ln}(|\xi|)|$$

Si ammette, salvo verifica finale, che il kk limite di convergenza sia comunque inferiore a e ; pertanto se ξ è positiva anche $\xi - kk * \text{Ln}(|\xi|)$ è positiva. In sintesi si cercano quei valori di kk compresi tra 1 e e che verificano la seguente:

$$|\text{Ln}(\xi - kk * \text{Ln}(\xi))| < |\text{Ln}(\xi)| \quad \forall \xi > 0$$

Allo scopo si distinguono due casi: $0 < \xi < 1$ e $\xi > 1$.

1) Se $0 < \xi < 1$ allora il logaritmo di ξ è negativo pertanto:

$$|\text{Ln}(\xi - kk * \text{Ln}(\xi))| < -\text{Ln}(\xi)$$

$\xi - kk * \text{Ln}(\xi)$ può essere maggiore o minore di 1

1.a) se $1 > \xi - kk * \text{Ln}(\xi) > 0$
 allora: $-\text{Ln}(\xi - kk * \text{Ln}(\xi)) < -\text{Ln}(\xi)$

$$\frac{\xi}{\xi - kk * \text{Ln}(\xi)} < 1$$

il logaritmo è sempre negativo se $0 < \xi < 1$ e il minuendo del denominatore è negativo, pertanto quando viene sottratto a ξ accresce il valore del denominatore facendolo diventare più grande del numeratore; quindi la relazione è sempre rispettata per $\xi \in (0,1)$.

1.b) Se invece $\xi - kk * \text{Ln}(\xi) > 1$

$$\text{Ln}(\xi - kk * \text{Ln}(\xi)) < \text{Ln}\left(\frac{1}{\xi}\right) \quad \xi - kk * \text{Ln}(\xi) < \frac{1}{\xi}$$

$$Y(\xi) = \xi * [\xi - kk * \text{Ln}(\xi)] < 1$$

La funzione $Y(\xi)$ al primo membro vale 1 all'estremo destro del dominio, $\xi=1$, e all'estremo sinistro, $\xi=0$, non è definita ma il suo limite tende a 0:

$$\lim_{\xi \rightarrow 0} \xi * [\xi - kk * \text{Ln}(\xi)] = -kk * \lim_{\xi \rightarrow 0} [\xi * \text{Ln}(\xi)] = -kk * \lim_{\xi \rightarrow 0} \left[\frac{\text{Ln}(\xi)}{\frac{1}{\xi}} \right] =$$

$$\text{(De L'Hôpital)} = -kk * \lim_{\xi \rightarrow 0} \frac{D[\text{Ln}(\xi)]}{D\left(\frac{1}{\xi}\right)} = -kk * \lim_{\xi \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{\xi}}{-\frac{1}{\xi^2}} = kk * \lim_{\xi \rightarrow 0} \frac{1}{\xi} * \xi^2 = 0$$

La sua derivata è:

$$\frac{dY(\xi)}{d\xi} = 2 * \xi - kk * [1 + \text{Ln}(\xi)]$$

Essa è sempre decrescente a partire da un valore positivo per $\xi \sim 0$; affinché il massimo di $Y(\xi)$ non superi 1, pari al valore assunto all'estremo destro di $(0,1)$ la derivata deve raggiungere il valore 0 o a tale estremo o oltre; quindi per $\xi_r=1$

$$2 * \xi_r - kk * [1 + \text{Ln}(\xi_r)] = 2 - kk \geq 0 \quad \rightarrow \quad kk \leq 2 < e$$

2) Se $\xi > 1$ allora il logaritmo al secondo membro è positivo pertanto:

$$|\text{Ln}(\xi - k \cdot \text{Ln}(\xi))| < \text{Ln}(\xi)$$

2.a) se $1 > \xi - k \cdot \text{Ln}(\xi) > 0$

$$\text{Ln}\left(\frac{1}{\xi - k \cdot \text{Ln}(\xi)}\right) < \text{Ln}(\xi)$$

$$\frac{1}{\xi - k \cdot \text{Ln}(\xi)} < \xi$$

$$1 < \xi * [\xi - k \cdot \text{Ln}(\xi)] = Y(\xi)$$

La $Y(\xi)$ è formalmente identica alla 1.b) però in questo caso il dominio è complementare al precedente sull'asse reale positivo di ξ ; $\xi > 1$.

Sull'estremo sinistro del dominio la $Y(\xi=1)=1$ e la sua derivata in tale punto è nulla per $k=2$ e negativa per $k > 2$; pertanto se $k > 2$ la precedente non è rispettata.

Per l'estremo destro del dominio, $\xi \rightarrow +\infty$, dimostrazione adattata dell'analogia 1.b), la $Y(\xi)$ diverge a $+\infty$.

Pertanto se $k < 2$ la $Y(\xi)$ è monotona crescente al crescere di ξ a partire da $\xi=1$ in poi; ma $Y(\xi=1)=1$ pertanto in tale dominio, $\xi > 1$, la $Y(\xi) > 1$

2.b) se $\xi - k \cdot \text{Ln}(\xi) > 1$

$$\text{Ln}(\xi - k \cdot \text{Ln}(\xi)) < \text{Ln}(\xi)$$

$$\xi - k \cdot \text{Ln}(\xi) < \xi$$

$$\frac{\xi - k \cdot \text{Ln}(\xi)}{\xi} < 1$$

Analogia condizione a quella al punto 1.a); se $\xi > 1$ il minuendo del numeratore del primo membro è positivo e va sottratto a ξ rendendo il numeratore più piccolo del denominatore.

Per $\xi < -1$ la successione diverge a $-\infty$ mentre nell'intervallo $(-1,0)$ la direzione del movimento di ξ nell'interazioni è tendente all'asse positivo e quando lo raggiunge si ritorna ai casi esaminati.

Riassumendo:

la successione:

$$\xi_n = \xi_{n-1} - k \cdot \text{Ln}(|\xi_{n-1}|) \quad \xi_0 > 0$$

- Converge monotona a 1 se $0 < k \leq 1$
- Converge 1 se $0 < k \leq 2$
- È sempre positiva se $0 < k \leq e$
- È sempre maggiore di -1 se $0 < k \leq 3.59112147666862$

Poiché si è interessati alla non convergenza e alla non divergenza l'intervallo dei valori accettabili, al momento, per k sono:

$$2 < k < 3.59112147666862$$

Ai valori critici ± 1 se ne aggiungono altri tre, dipendenti da kk , denominati ξ_{01} , ξ_{02} , ξ_{03} ; essi sono tali che se ξ assume uno di questi valori ξ' diventa zero aprendo la possibilità all'interazione successiva di far divergere ξ .

Questi tre valori sono ovvia conseguenza della seguente equazione:

$$\xi_r - kk * \text{Ln}(|\xi_r|) = 0$$

Non disponendo della soluzione analitica si procede numericamente con le tre relazioni seguenti derivate dalla precedente:

$$\xi_{03} = kk * \text{Ln}(|\xi_{03}|) \quad \text{diretta}$$

$$|\xi_r| = e^{\frac{\xi_r}{kk}} \quad \text{inversa} \quad \begin{cases} \xi_{02} = e^{\frac{\xi_{02}}{kk}} \\ \xi_{01} = -e^{\frac{\xi_{01}}{kk}} \end{cases}$$

La procedura conseguente è la seguente, composta da tre routine alle quali per completezza si aggiunge quella di $\xi_i = kk - kk * \text{Ln}(kk)$:

PROCEDURA II° ($\xi_{01} \equiv \text{Chs01}$ $\xi_{02} \equiv \text{Chs02}$ $\xi_{03} \equiv \text{Chs03}$)

```

xl= 2.; xr= 3.6;yd=-1;yu= 7.4;
_gcvt_s( BufferChsi,30,xl, 13);_gcvt_s( BufferChs01,30,xr, 13);
_gcvt_s( BufferChs02,30,yd, 13);_gcvt_s( BufferChs0a,30, yu, 13);
fileOutGen << "xl= " << BufferChsi << " xr= " << BufferChs01
<< " yd= " << BufferChs02 << " yu= " << BufferChs0a << "\n";
double Pssk1=(xr-xl)/(double)(XRp-XLp);
for(kk=2.;kk<3.6;kk+=Pssk1){ Chsi=kk-kk*log(kk);

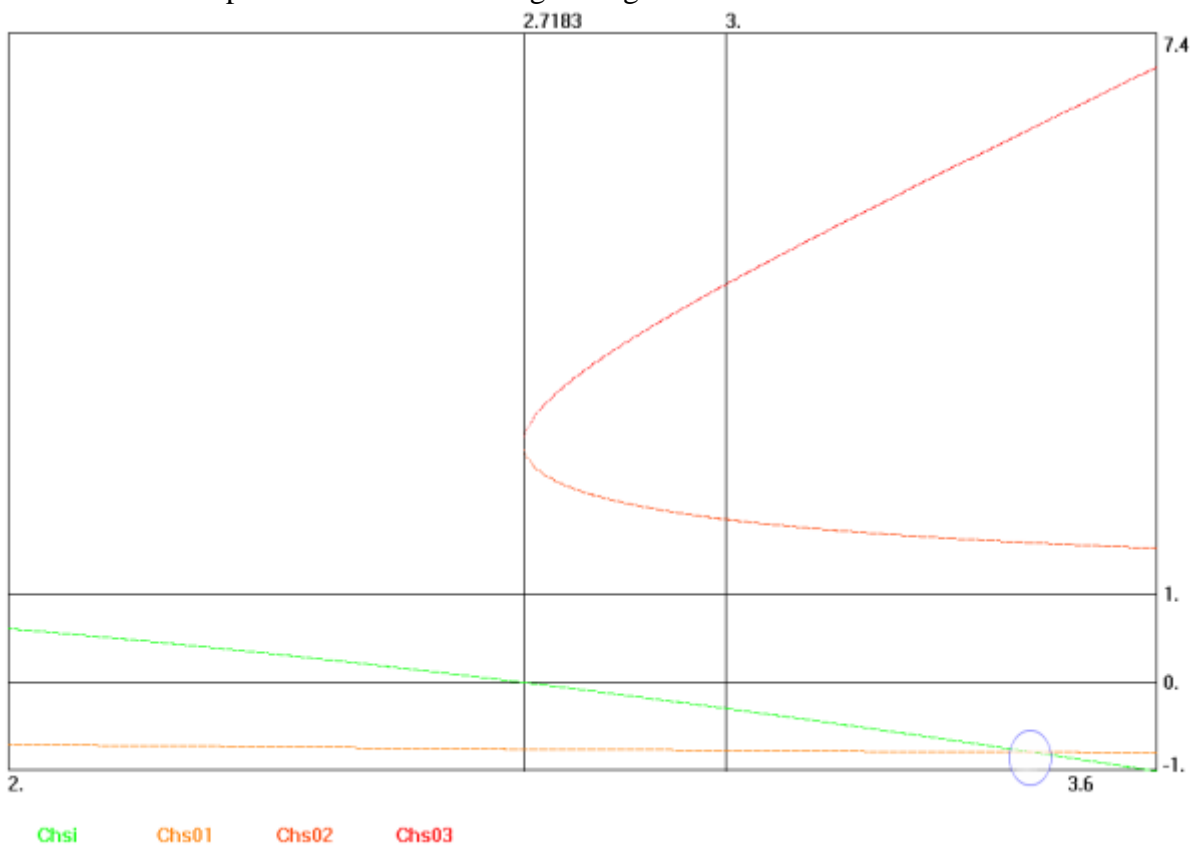
Chs01=-1;y01=Chs01+.5;N=0;
while(abs(Chs01-y01)>Epsln){
y01=Chs01;
if(abs(y01)>100. || ++N>100000){Chs01=100;break;}
Chs01=-exp(y01/kk);
}

if(kk>Nepero){
Chs02=.7;y02=Chs02+.5;N=0;
while(abs(Chs02-y02)>Epsln){
y02=Chs02;
if(abs(y02)>100. || ++N>100000){Chs02=100;break;}
Chs02=exp(y02/kk);
}

Chs03=6.5;y03=Chs03+.5;N=0;
while(abs(Chs03-y03)>Epsln){
y03=Chs03;
if(abs(y03)>100. || ++N>100000){Chs03=100;break;}
Chs03=kk*log(abs(y03));
}
} else { Chs03=100; Chs02=100;}
_gcvt_s(Bufferkk,30, kk, 13 );
_gcvt_s(BufferChsi,30, Chsi, 13 );
_gcvt_s(BufferChs01,30, Chs01, 13 );
_gcvt_s(BufferChs02,30, Chs02, 13 );
_gcvt_s(BufferChs03,30, Chs03, 13 );
fileOutGen<< "kk= " << Bufferkk << " Chsi= " << BufferChsi
<< " Chs01= " << BufferChs01
<< " Chs02= " << BufferChs02
<< " Chs03= " << BufferChs03 << "\n";
}

```

Dai risultati della procedura si ricava il seguente grafico:



Intanto ξ_{02} , ξ_{03} non sono definiti prima di e .

I valori di ξ corrispondenti a ξ_{01} , ξ_{02} , ξ_{03} sono da evitare per le ragioni su dette; in particolare osservando nel grafico che la linea ξ_{01} , da un preciso valore di kk (minore di 3.591...) in poi, scende al di sotto della linea ξ_i , si deduce che ξ_{01} può essere escluso dai possibili valori di ξ se kk è inferiore a quel valore evidenziato nel grafico con un cerchietto blu.

Questo nuovo limite destro per kk si trova assegnando ξ_{01} a ξ_i .

Ovviamente il nuovo ξ_i modifica kk dal quale deriva un nuovo ξ_{01} e quindi iterando si modifica ξ_i in un loop, fino alla convergenza, implementato nella seguente procedura:

PROCEDURA III°

```

kk=3.6; yk=kk+0.5; Chs01=-0.5;
while (abs (kk-yk)>Epsln) {
    yk=kk;
    Chs01=-1; y01=Chs01+.5; N=0;
    while (abs (Chs01-y01)>Epsln) {
        y01=Chs01;
        Chs01=-exp (y01/kk);
    }
    Chsi=Chs01;
    kk = exp((yk-Chsi)/yk);
    gcvt_s(Bufferkk,30, kk, 15 ); gcvt_s(BufferChsi,30, Chsi, 15 );
    fileOutGen << "\n kk= " << Bufferkk << " Chsi=Chs01= " << BufferChsi;
}

```

i risultati del loop sono i seguenti:

```

kk= 3.39529207509614 Chsi=Chs01= -0.800603237758904
kk= 3.43236963956913 Chsi=Chs01= -0.791954863229775
kk= 3.42535115270189 Chsi=Chs01= -0.793577565416861
kk= 3.42666892680533 Chsi=Chs01= -0.793272383916369
kk= 3.42642112453349 Chsi=Chs01= -0.793329754184581
kk= 3.42646770934195 Chsi=Chs01= -0.793318968408155

```

kk= 3.42645895130242 Chsi=Chs01= -0.793320996133858
kk= 3.42646059781502 Chsi=Chs01= -0.793320614920363
kk= 3.42646028826984 Chsi=Chs01= -0.79332068658866
kk= 3.42646034646446 Chsi=Chs01= -0.793320673114989
kk= 3.42646033552385 Chsi=Chs01= -0.793320675648045
kk= 3.42646033758069 Chsi=Chs01= -0.793320675171829
kk= 3.426460337194 Chsi=Chs01= -0.793320675261358
kk= 3.4264603372667 Chsi=Chs01= -0.793320675244527
kk= 3.42646033725303 Chsi=Chs01= -0.793320675247691
kk= 3.4264603372556 Chsi=Chs01= -0.793320675247096
kk= 3.42646033725512 Chsi=Chs01= -0.793320675247208
kk= 3.42646033725521 Chsi=Chs01= -0.793320675247187

L'intervallo di attenzione per i valori di kk si è quindi ridotto a:

$$2 < kk < 3.42646033725521 \quad \xi_i > \xi_{01}$$

L'introduzione di ξ_i limita inferiormente i valori possibili per ξ provenienti da iterazioni successive di ξ grandi $\gg 1$; ci si può chiedere se esiste un valore ξ_a equivalente a ξ_i con il ruolo di limitare ξ superiormente.

ξ_a in generale non esiste in quanto, pur avendo trovato la condizione che permette a ξ di evitare ξ_{01} , non si può impedire a ξ , degradando, di finire con un valore zero direttamente o in seconda battuta passando per ξ_{02} o ξ_{03} , ovviamente per $kk > e$.

Comunque si introduce un valore per ξ_a pensando a un insieme, non internamente connesso ma limitato, capace di un contenimento parziale dei valori di ξ ; composto intanto dall'intervallo (ξ_i, ξ_a) escludendo da esso un determinato intorno di $\xi=0$ ma anche escludendo intorni di ξ_{02} e ξ_{03} .

Questo insieme può, salvo nuove precisazioni, essere definito come quello capace di contenere, per tutte le successive interazioni, la ξ di un oggetto che vi sia finito dentro; cioè che abbia una ξ iniziale appartenente ad esso.

Questa definizione non esclude la possibilità di una divergenza della ξ , ma tende a limitarla; infatti un oggetto che proviene dall'equivalente del NULLA, decadendo in ξ quando interagisce, può finire in uno dei valori critici: in zero oppure in uno dei valori ξ_{02} , ξ_3 e quindi alla successiva interazione diventare zero: equivalente di un nuovo universo degli oggetti.

In queste eventualità, possibilmente limitatissime, si può parlare di universo degli oggetti con più origini.

Però se l'oggetto GRANDISSIMO decadendo in ξ finisce nell'insieme di contenimento, li rimane catturato per tutte le successive interazioni.

Non contenere un intorno di zero comporta intanto un aumento di ξ_i allontanandolo da ξ_{01} con il conseguente abbassamento del limite superiore per kk.

Proseguire l'analisi precisando specifiche successive e quindi giungere ogni volta a limitazioni su kk può diventare estenuante e infruttuoso, magari per qualche specifica importante non pensata.

Per avere un'idea pratica del comportamento complessivo della successione in esame nell'intervallo $kk \in (2.0, 3.59\dots)$, includendo anche l'ultimo intervallo prima escluso $(3.426\dots, 3.59\dots)$, si può predisporre una procedura, in C++ che, per ogni kk in $[2, 3.59\dots]$ e partendo da più valori ξ_0 , presi nell'intervallo $[-1, 20]$ p.es., esegue qualche migliaio di iterazioni a "vuoto" per consolidare l'andamento e quindi memorizza e grafica una decina di valori delle successive iterazioni:

PROCEDURA IV°

```
//MACRO-----MACRO-----MACRO-----MACRO-----MACRO-----MACRO-----
#define MCR_Proc_Dati
    double kk, yk, Chsi, yi, Chs03, y03, Chs02, y02, Chs0a, Chs01, y01, Epsln=1.E-13;
    int N;
    bool SW;
    using namespace std;
    string Str0, Tipo0;
//MACRO-----MACRO-----MACRO-----MACRO-----MACRO-----
#define MCR_AperturaFileOUTPUT
CFileDialog m_FileSalva(FALSE, _T("Txt"), _T("*OutFile*.Txt"),
```

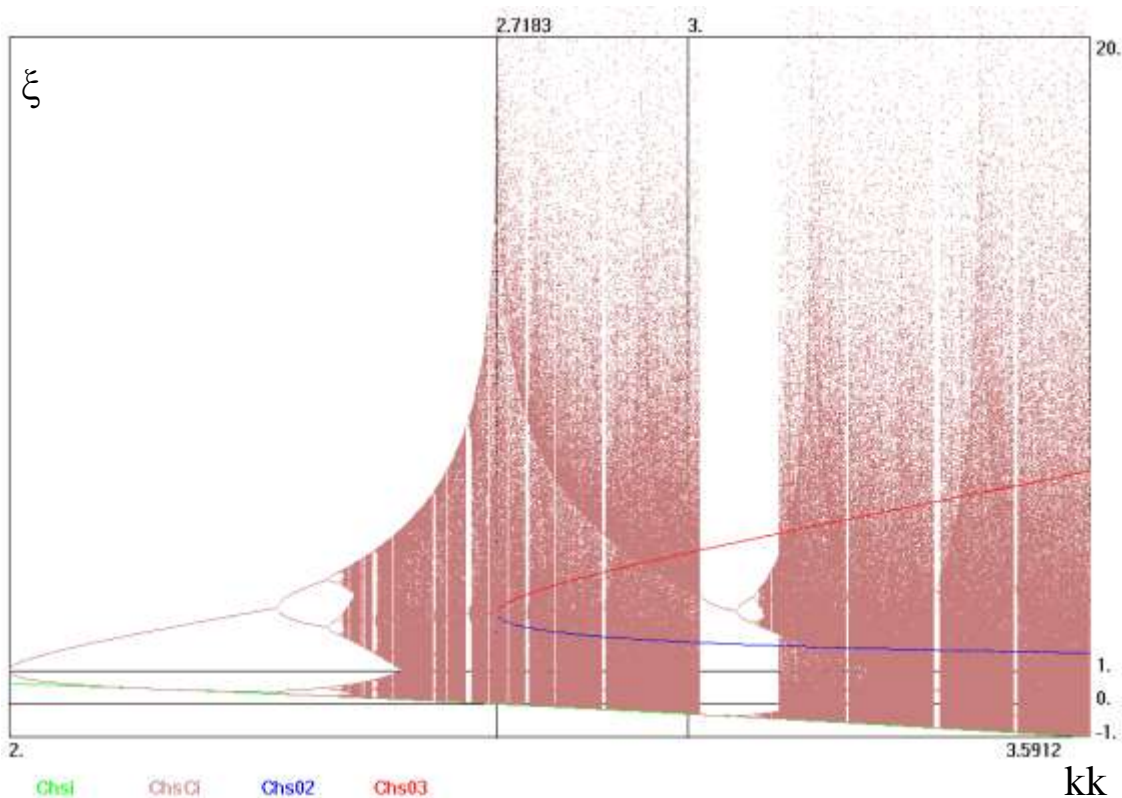
```

OFN_HIDEREADONLY | OFN_OVERWRITEPROMPT, szFilters);
    m_FileSalva.DoModal();
    using namespace std;
    ofstream fileOutGen(m_FileSalva.GetPathName(), ios::out);

//SUBROUTINE-----
void CSpzOrtMFC64App::OnGenrGrafico()
{
    MCR_AperturaFileOUTPUT
    MCR_Proc Dati
//MCR_kk_Chssi_Ch01_Ch02_Ch0a
xl=2.;xr=3.59112147666862;yd=-1;yu= 20;
/*xl= 2.999; xr= 3.001; yd= -1; yu= 23.59;*/
_gcvt_s( BufferChsi,30,xl, 13 );_gcvt_s( BufferChs01,30,xr, 13 );
_gcvt_s( BufferChs02,30,yd, 13 );_gcvt_s( BufferChs0a,30, yu, 13 );
fileOutGen << "axl= " << BufferChsi << " xr= " << BufferChs01
    << " yd= " << BufferChs02 << " yu= " << BufferChs0a
    << "\n";
Psskk=.9*(xr-xl)/(double)(XRp-XLp);
PssChi=5*(yu-yd)/(double)(YDp-YUp);
MAX=0;
////////////////////////////////////
for(kk=xl; kk<xr; kk+=Psskk){
    Chsi=kk-kk*log(kk);
    Chs02=.7;y02=Chs02+.5;N=0;
y02)>Epsln){
        if(abs(y02)>100. || ++N>100000){Chs02=100;break;}
        Chs02=exp(y02/kk);
    }
    Chs03=6.5;y03=Chs03+.5;N=0;
    while(abs(Chs03-y03)>Epsln){
        y03=Chs03;
        if(abs(y03)>100. || ++N>100000){Chs03=100;break;}
        Chs03=kk*log(abs(y03));
    }
_gcvt_s(Bufferkk,30, kk, 13 );
_gcvt_s(BufferChsi,30,Chsi, 13 );
_gcvt_s(BufferChs01,30, Chs01, 13 );
_gcvt_s(BufferChs02,30, Chs02, 13 );
_gcvt_s(BufferChs03,30, Chs03, 13 );
////////////////////////////////////
for(ChsCii=Chsi;ChsCii<yu;ChsCii+=PssChi){ChsCi=ChsCii;
    SW=false;
    for(int i=0; ++i<4000;){
        ChsCi-=kk*log((double)abs(ChsCi));
        if(abs(ChsCi)>100){SW=true;break;}}
        if(SW)goto LB000;
    fileOutGen << "kk= " << Bufferkk << " Chsi= " << BufferChsi
        << " Chs02= " << BufferChs02 << " Chs03= " << BufferCh;
        for(i=0; ++i<12;){ChsCi-=kk*log((double)abs(ChsCi));
            if(abs(ChsCi)>100){ChsCi=100.;}
            if(ChsCi>MAX)MAX=ChsCi;
        }
_gcvt_s(BufferChs0a,30, ChsCi, 13 );fileOutGen<< " ChsCi= " << BufferChs0a;
    }
fileOutGen<< "\n";
LB000:
    ;
    }
}
_gcvt_s(BufferChs0a,30, MAX, 13 );
fileOutGen<< "\n MAX= " << BufferChs0a;
fileOutGen.close();
pDCd->TextOutW(50,50, (CString)"FINE" );
}

```

Il risultato della procedura è riportato nel seguente grafico:



Per kk da “2” fino a “e” la mappa mostra un comportamento analogo a quello delle biforcazioni dei sistemi dinamici non lineari; inizialmente la successione oscilla tra due valori poi tra quattro e quindi tra 8 fino a raggiungere un comportamento sostanzialmente caotico.

Comunque anche in questo tratto, nella zona dove l’alternarsi di valori diversi è molto intenso, si incontrano stretti intervalli di kk (bande) dove il numero di valori assunti da ξ si riducono mostrando un sostanziale recupero “dell’ordine” .

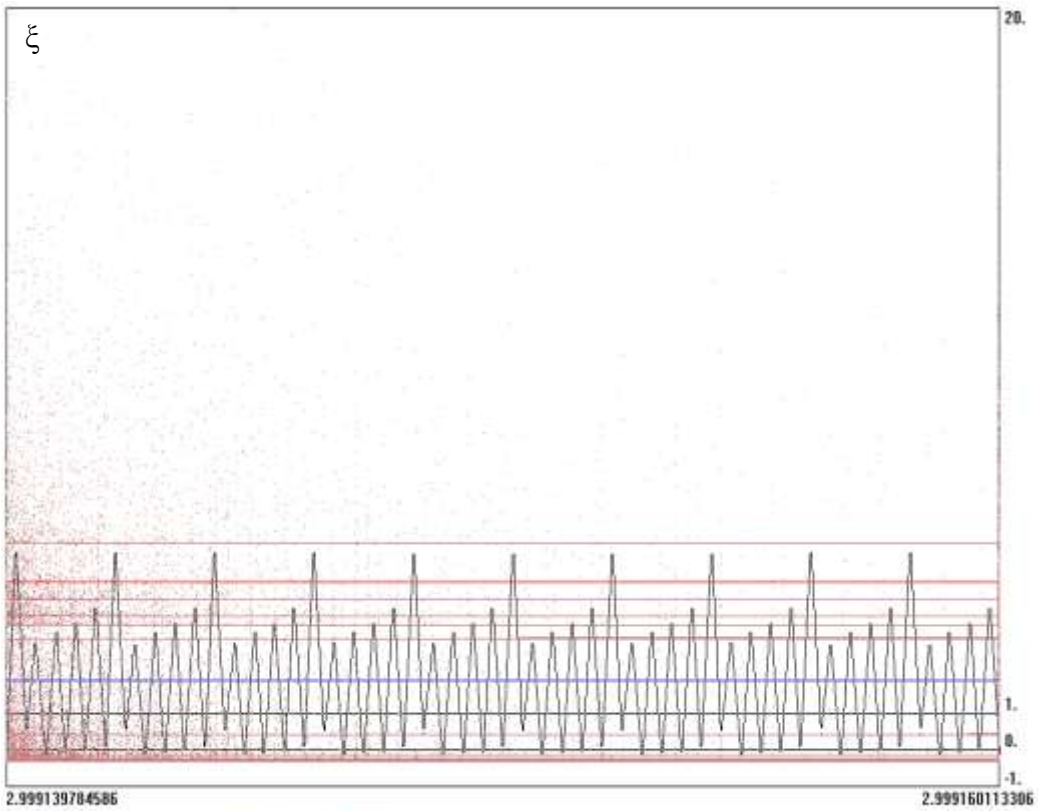
Da “e” in poi l’andamento della mappa diventa sostanzialmente caotico ad eccezione, anche in questo tratto, di bande su kk , “spesso molto strette”, dove il comportamento di ξ esce dal caotico ritrovando un assetamento su un numero contenuto di valori.

Le zone dove il comportamento dell’interazione è caotico, comportano che la successione in esame ha una probabilità di raggiungere prossimità del valore zero e quindi successivamente assumere valori di ξ elevati; questo induce ad escludere tali zone dall’insieme di contenimento.

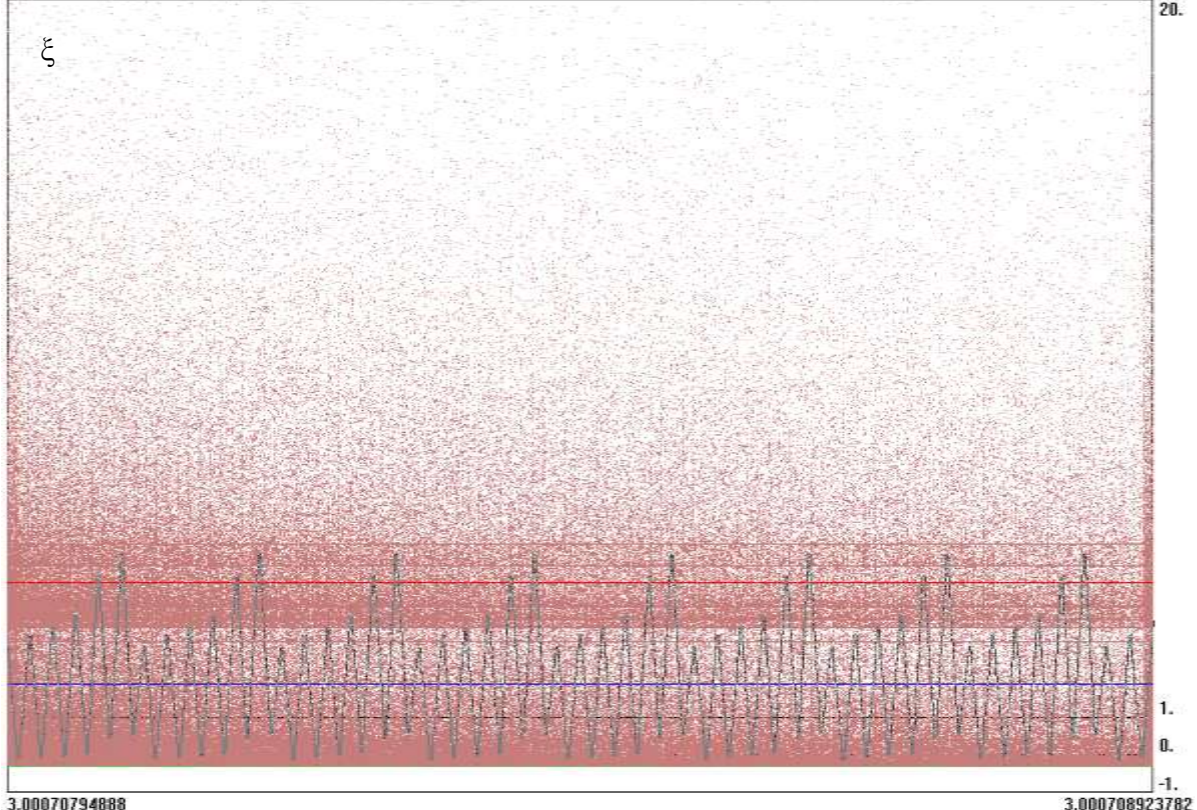
Come è osservabile è negata la possibilità diretta di avere $kk=3$; infatti si può notare che, in un intorno di $kk=3$ il comportamento caotico è dominante.

Però la risoluzione della mappa può nascondere bande di rientro nell’ordine più strette della distanza tra due pixel della mappa.

Esplorando un intorno più risoluto di $kk=3$ si trovano due bande le cui mappe sono:



Chs1 ChsCl Chs02 Chs03
kk= 2.999160049845 ChsCi0= 19.49029126214



Chs1 ChsCl Chs02 Chs03
kk= 3.000708912623 ChsCi0= 10.24757281553

Nelle precedenti sono riportate anche le oscillazioni della ξ , “stabilizzate” (successive a un migliaio di iterazioni a vuoto), corrispondenti ai valori di kk e ξ_0 (ChsCio) leggibili in basso a sinistra di colore rosso sulle corrispondenti mappe.

La seconda mappa presenta una minore nitidezza rispetto alla precedente mostrando un minore recupero parziale dell’ordine rispetto alla prima mappa con valori di ξ ancora soggetti a un residuo caotico non trascurabile.

I valori di kk delle oscillazioni riportate sono stati scelti in prossimità del limite destro della banda dove, in generale, il comportamento della successione appare più ordinato.

Di questi intervalli ordinati di kk , nel tratto tra 2 e 3.59112147666862, se ne sono individuati alcune centinaia, meno della loro metà sono molto netti nel recuperare l’ordine; questi intervalli sono suddivisi in tre gruppi in base al grado di nitidezza:

Bande in cui il recupero dell’ordine è sostanzialmente totale

xl=2.720936711697	;	xr=2.72097316	;	xl=2.72471861	;	xr=2.72473214	;
xl=2.73463146	;	xr=2.734790180832	;	xl=2.74754156	;	xr=2.747574775546	;
xl=2.75881388	;	xr=2.764569895317	;	xl=2.776775230937	;	xr=2.77684093	;
xl=2.788865520479	;	xr=2.788923761873	;	xl=2.80250274	;	xr=2.80359847	;
xl=2.807577191748	;	xr=2.807592195806	;	xl=2.8191146	;	xr=2.81922488488	;
xl=2.830458	;	xr=2.830490631821	;	xl=2.83982636	;	xr=2.840204810281	;
xl=2.85882532	;	xr=2.858851096316	;	xl=2.87272022	;	xr=2.87754344	;
xl=2.888546367461	;	xr=2.888563063101	;	xl=2.90308027	;	xr=2.90326802205	;
xl=2.915470001769	;	xr=2.9154975	;	xl=2.92350884	;	xr=2.923685113548	;
xl=2.937111501415	;	xr=2.93732466	;	xl=2.94629085749	;	xr=2.946329576696	;
xl=2.961287200832	;	xr=2.961647242456	;	xl=2.987838709677	;	xr=2.987905573344	;
xl=3.017482830385	;	xr=3.132155046826	;	xl=3.148044708242	;	xr=3.148047194379	;
xl=3.154199959178	;	xr=3.154308497587	;	xl=3.1569390604	;	xr=3.156949845212	;
xl=3.173987584473	;	xr=3.174081496793	;	xl=3.185145625275	;	xr=3.185226711683	;
xl=3.200749279659	;	xr=3.200801059748	;	xl=3.215443458243	;	xr=3.215602848229	;
xl=3.230934443288	;	xr=3.234121844116	;	xl=3.244369922828	;	xr=3.244392472396	;
xl=3.249725177338	;	xr=3.249921242181	;	xl=3.267834012979	;	xr=3.267931793646	;
xl=3.293750864897	;	xr=3.294161034237	;	xl=3.325337033484	;	xr=3.325791901321	;
xl=3.333768628434	;	xr=3.333794583447	;	xl=3.341116834376	;	xr=3.341140645421	;
xl=3.360941727367	;	xr=3.368790322581	;	xl=3.392078331191	;	xr=3.392203688384	;
xl=3.40603622982	;	xr=3.406086442538	;	xl=3.421518901573	;	xr=3.421594925833	;
xl=3.431291232143	;	xr=3.4313624812	;	xl=3.445300545412	;	xr=3.445336302585	;
xl=3.45593020083	;	xr=3.455993334207	;	xl=3.479685223726	;	xr=3.483582206036	;
xl=3.495198752925	;	xr=3.495223974333	;	xl=3.508345928247	;	xr=3.508433636052	;
xl=3.521918007279	;	xr=3.521983192586	;	xl=3.544674817898	;	xr=3.544959510938	;
xl=3.56777991513	;	xr=3.567942943366	;				

Bande in cui il recupero dell’ordine è accettabile

xl=2.72968271	;	xr=2.72969330615	;	xl=2.7403887	;	xr=2.740406479813	;
xl=2.781366703434	;	xr=2.781378051176	;	xl=2.798370554891	;	xr=2.798384484755	;
xl=2.824260887253	;	xr=2.824270981956	;	xl=2.848013273174	;	xr=2.848030599886	;
xl=2.854252530645	;	xr=2.85426965	;	xl=2.892288328918	;	xr=2.89229879	;
xl=2.953210387203	;	xr=2.953225806452	;	xl=2.975056992748	;	xr=2.975077003122	;
xl=2.9793039671	;	xr=2.97933194589	;	xl=2.999139784586	;	xr=2.999160113306	;
xl=3.137266241915	;	xr=3.137272175727	;	xl=3.15159155991	;	xr=3.15160167771	;
xl=3.165419511846	;	xr=3.16543025876	;	xl=3.1709673662	;	xr=3.17098193544	;
xl=3.188034923407	;	xr=3.188045589109	;	xl=3.219941144273	;	xr=3.219964072826	;
xl=3.279584961252	;	xr=3.279601853125	;	xl=3.279584961252	;	xr=3.279601880195	;
xl=3.300042565356	;	xr=3.300053669597	;	xl=3.351550703774	;	xr=3.351564087335	;
xl=3.374634033768	;	xr=3.374640027135	;	xl=3.382210185259	;	xr=3.38221935668	;
xl=3.386760279409	;	xr=3.386767878045	;	xl=3.467348720278	;	xr=3.467372531323	;
xl=3.58123134991	;	xr=3.581243807667	;				

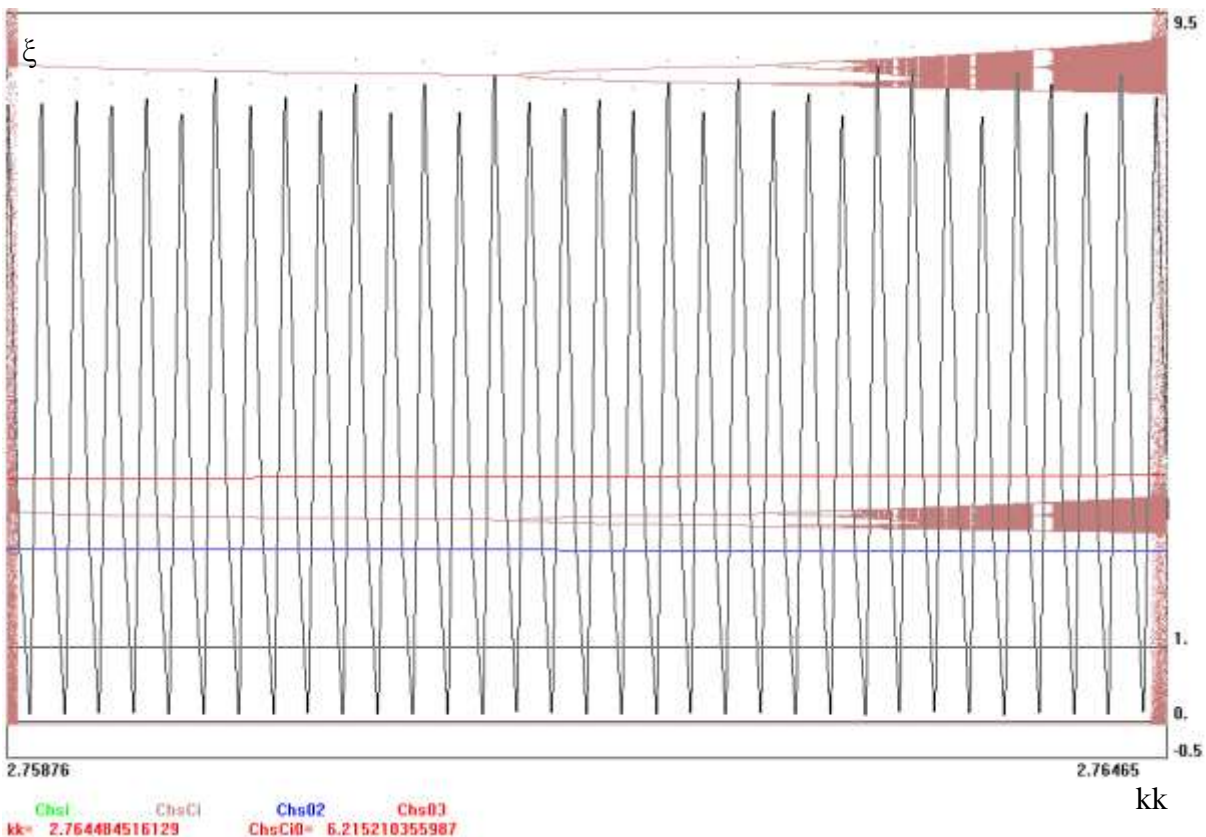
Bande in cui il recupero dell’ordine è parziale

xl=2.72192544461	;	xr=2.721926421842	;	xl=2.72657345	;	xr=2.726575722633	;
xl=2.73108126	;	xr=2.731082017544	;	xl=2.73272668	;	xr=2.732727952945	;

xl=2.736741704225	; xr=2.736743840021	;xl=2.73863282	;xr=2.73863396179	;
xl=2.742277443059	; xr=2.742279357825	;xl=2.744711934464	;xr=2.74471704436	;
xl=2.74957892	; xr=2.749580132289	;xl=2.75301679	;xr=2.753019752695	;
xl=2.75511086	; xr=2.755112054755	;xl=2.766940710697	;xr=2.766941889906	;
xl=2.768333460926	; xr=2.76833391974	;xl=2.76934286	;xr=2.769346361457	;
xl=2.77380285	; xr=2.77380472	;xl=2.776088099761	;xr=2.776090067211	;
xl=2.777569046514	; xr=2.777571671779	;xl=2.785364832341	;xr=2.785369558325	;
xl=2.788000063143	; xr=2.78800125461	;xl=2.789762115765	;xr=2.789763232008	;
xl=2.79225723154	; xr=2.792261205265	;xl=2.795458045495	;xr=2.795462968778	;
xl=2.805469777107	; xr=2.80547020999	;xl=2.81084613	;xr=2.810852009032	;
xl=2.814649079969	; xr=2.814654852799	;xl=2.82766403	;xr=2.82766665435	;
xl=2.83287839	; xr=2.832879711374	;xl=2.834807741467	;xr=2.83480938642	;
xl=2.836299715286	; xr=2.836302580968	;xl=2.837488030874	;xr=2.837489212747	;
xl=2.843376308377	; xr=2.843378461967	;xl=2.846198606462	;xr=2.846199563132	;
xl=2.84991585	; xr=2.849917017253	;xl=2.8518555	;xr=2.851857815921	;
xl=2.86216247	; xr=2.862169775172	;xl=2.865741082206	;xr=2.865747376316	;
xl=2.88253324358	; xr=2.882537091904	;xl=2.885640279646	;xr=2.885645032695	;
xl=2.894226934807	; xr=2.894228476951	;xl=2.89703552	;xr=2.897043992976	;
xl=2.901605074964	; xr=2.901608131113	;xl=2.904690601925	;xr=2.904693615869	;
xl=2.909491350468	; xr=2.909502100021	;xl=2.912756522799	;xr=2.912758988366	;
xl=2.91976587	; xr=2.919766382966	;xl=2.921499560083	;xr=2.921501897648	;
xl=2.92527737898	; xr=2.925278450364	;xl=2.92799168	;xr=2.927993335775	;
xl=2.932463363018	; xr=2.932465814214	;xl=2.939738335994	;xr=2.939740526379	;
xl=2.942483265676	; xr=2.942484194729	;xl=2.949482515286	;xr=2.949485855763	;
xl=2.958084894659	; xr=2.958086515629	;xl=2.964671175858	;xr=2.964672462239	;
xl=2.966097063305	; xr=2.966097777961	;xl=2.969340740493	;xr=2.96935483871	;
xl=2.972621260372	; xr=2.972623761669	;xl=2.982452815908	;xr=2.982458273282	;
xl=2.984816083229	; xr=2.984818490322	;xl=2.991018566984	;xr=2.991021555547	;
xl=2.993363168786	; xr=2.993367860612	;xl=2.995197020966	;xr=2.995204242243	;
xl=2.996621799613	; xr=2.996623248416	;xl=2.997699249936	;xr=2.997699678729	;
xl=3.000707965493	; xr=3.000708923782	;xl=3.001894159418	;xr=3.001895796631	;
xl=3.002850156087	; xr=3.002852792735	;xl=3.004994094341	;xr=3.005	;
xl=3.006568061798	; xr=3.00656879378	;xl=3.00842914238	;xr=3.008433280889	;
xl=3.010624226195	; xr=3.010626575898	;xl=3.012116545265	;xr=3.012117779671	;
xl=3.013179013796	; xr=3.013179991576	;xl=3.137875912946	;xr=3.137876701234	;
xl=3.141950995159	; xr=3.141955755202	;xl=3.15213873534	;xr=3.152139432671	;
xl=3.152642719548	; xr=3.152646045948	;xl=3.155839223472	;xr=3.155842488151	;
xl=3.157667755254	; xr=3.15766834268	;xl=3.160781238867	;xr=3.16078455498	;
xl=3.164493471724	; xr=3.16449477922	;xl=3.170071799126	;xr=3.170072584165	;
xl=3.172179544915	; xr=3.172182306087	;xl=3.175515787405	;xr=3.175516964963	;
xl=3.176244206142	; xr=3.176248234204	;xl=3.178149560757	;xr=3.178150091336	;
xl=3.179973525778	; xr=3.179973818137	;xl=3.183023161358	;xr=3.183026626357	;
xl=3.183688113752	; xr=3.183688958345	;xl=3.18695463395	;xr=3.186956431418	;
xl=3.188837942505	; xr=3.188838462255	;xl=3.192603617568	;xr=3.192610785786	;
xl=3.193404782349	; xr=3.193405488885	;xl=3.196111802547	;xr=3.196113629793	;
xl=3.198644690267	; xr=3.198648802247	;xl=3.20210805764	;xr=3.202108593633	;
xl=3.202719077855	; xr=3.202721952722	;xl=3.204633533509	;xr=3.204634399759	;
xl=3.206534527098	; xr=3.206535745262	;xl=3.209946907542	;xr=3.209948152776	;
xl=3.212362575404	; xr=3.212367956982	;xl=3.224210134908	;xr=3.224210722334	;
xl=3.227219858022	; xr=3.227223431302	;xl=3.236888384779	;xr=3.236891018721	;
xl=3.244018344466	; xr=3.244018885872	;xl=3.244753446862	;xr=3.244754091136	;
xl=3.246064984446	; xr=3.246066955164	;xl=3.24845263183	;xr=3.248457103845	;
xl=3.251010724715	; xr=3.251013626653	;xl=3.253639438627	;xr=3.253644896001	;
xl=3.256282951877	; xr=3.256284467814	;xl=3.258788690783	;xr=3.258790661501	;
xl=3.260356180856	; xr=3.260358008102	;xl=3.264868135646	;xr=3.264871595232	;
xl=3.266656273111	; xr=3.266657087927	;xl=3.269137193956	;xr=3.269138071034	;
xxl=3.27127941108	; xr=3.271285128329	;xl=3.274511641317	;xr=3.274515095488	;
xl=3.278130162173	; xr=3.27813118543	;xl=3.288331808373	;xr=3.288333708709	;
xxl=3.290475804016	; xr=3.290478210566	;xl=3.296994572944	;xr=3.296996197163	;
xxl=3.303979116339	; xr=3.303983111916	;xl=3.308151495743	;xr=3.308157407899	;
xl=3.310878769947	; xr=3.310884671274	;xl=3.315034252064	;xr=3.315038198915	;

xl=3.318853009298	; xr=3.318863382641	;xl=3.321603664129	;xr=3.321604736114	;
xl=3.329856364934	; xr=3.329858010809	;xl=3.331739294504	;xr=3.331740805027	;
xl=3.343002917638	; xr=3.343004130388	;xl=3.347261843531	;xr=3.347268177984	;
xl=3.373434128731	; xr=3.373434502301	;xl=3.377878342778	;xr=3.377881087707	;
xl=3.390741823954	; xr=3.39074635011	;xl=3.393359422796	;xr=3.393362292249	;
xl=3.395828408342	; xr=3.39583015167	;xl=3.403414981901	;xr=3.403415978089	;
xl=3.408985374994	; xr=3.408986918002	;xl=3.413701280209	;xr=3.413706396498	;
xl=3.417133901124	; xr=3.417138578874	;xl=3.420011177331	;xr=3.420012712217	;
xl=3.422815545071	; xr=3.422816259728	;xl=3.428590622195	;xr=3.428591298953	;
xl=3.435553912689	; xr=3.43555785954	;xl=3.438660864236	;xr=3.438665005994	;
xl=3.459732640081	; xr=3.459735206346	;xl=3.462167498086	;xr=3.462170083301	;
xl=3.471156603369	; xr=3.47115713124	;xl=3.474487564441	;xr=3.474488701394	;
xl=3.487645741136	; xr=3.487646666941	;xl=3.500940747422	;xr=3.500943684551	;
xl=3.53143707344	; xr=3.531445795494	;xl=3.536019429986	;xr=3.536028173696	;
xl=3.541792888305	; xr=3.541795137848	;xl=3.551228209754	;xr=3.551230751656	;
xl=3.556144500233	; xr=3.556147115226	;xl=3.557965289907	;xr=3.557967823688	;
xl=3.573938470268	; xr=3.57394160501	;xl=3.586097952835	;xr=3.586105413413	;

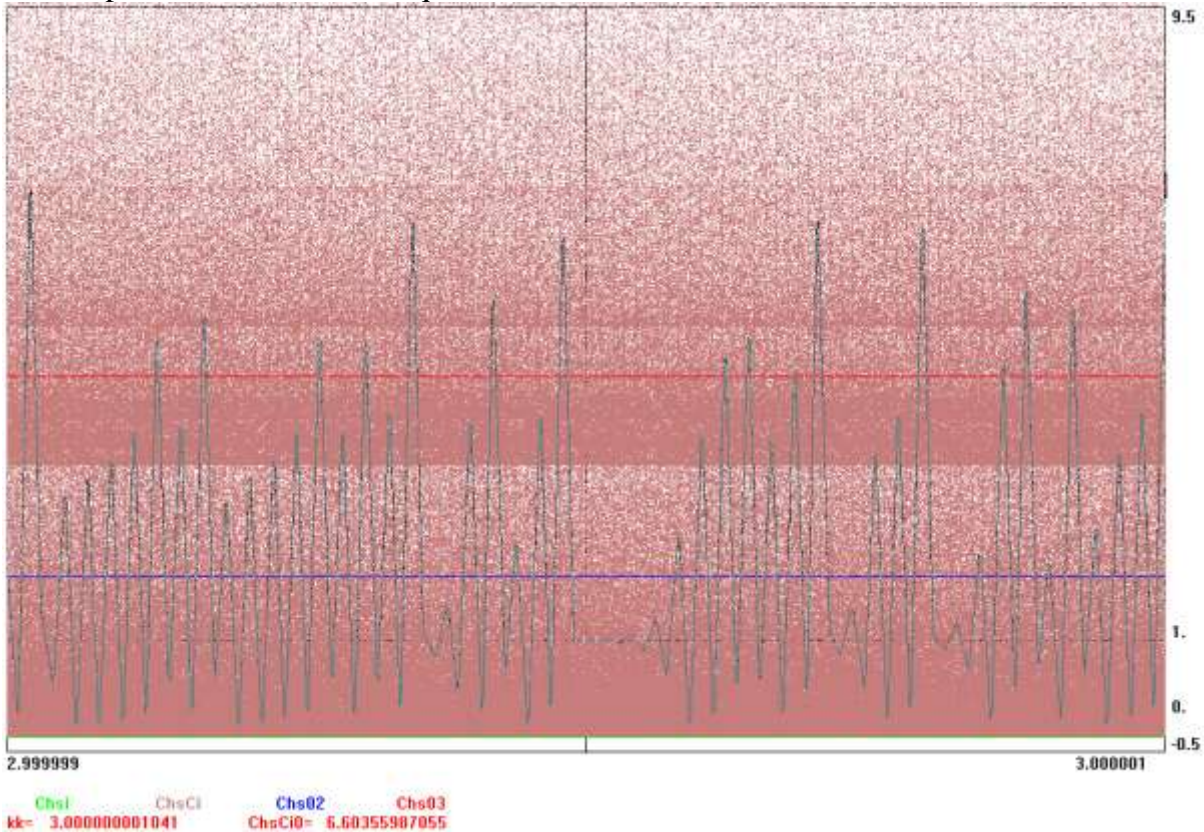
In tutti i tratti di “stabilità” del primo gruppo soprattutto, il comportamento è analogo a quello del primo intervallo [2,e]: c’è prima un tratto dove la successione oscilla tra due valori, poi tra 4 e così via ritornando al comportamento caotico con un ripetersi di biforcazioni successive:



Si può osservare che nel tratto dove le biforcazioni si addensano compaiono, anche in esso, intervalli di kk dove l’ordine viene recuperato per poi riprenderlo attraverso biforcazioni successive. La figura appena riportata mostra molto bene il significato di insieme di contenimento: nel tratto “nitido”, escludendo le zone estreme su kk : le aree di colore marroncino sono l’insieme in cui qualunque suo ξ , assunto come condizione iniziale della successione in esame, mantiene confinato in esso ξ in tutte le interazioni successive; infatti, tale insieme non contiene né ξ_0 (linea blu) né ξ_3 (linea rossa) né lo zero e si compone di due zone una compresa tra ξ_0 e ξ_3 , l’altra poco al di sotto dello zero. Anzi nella figura ci sono due possibili insiemi di contenimento individuabili facilmente e tutte si tengono a dovuta distanza dalle linee ξ_2 e ξ_3 .

L'oscillazione presente nella precedente figura corrisponde a un kk interno alla zona più fitta delle biforcazioni, dove il comportamento si approssima al caotico. Questo chiarisce che il termine caotico non si riferisce tanto al comportamento complessivo, che è oscillatorio, ma ai vertici dell'oscillazione che si collocano su tanti valori diversi con oscillazioni anche molto più articolate di quelle presentate.

Per completezza descrittiva si riporta la mappa in un intervallo relativamente molto stretto di $kk=3$ e la corrispondente oscillazione a quel valore di kk :



$kk=3$ non garantisce in assoluto, per la successione, la possibilità di non divergere. Il centinaio di oscillazioni visibili nel grafico non sono sufficienti ad affermare un limite superiore per ξ .

L'oggetto, comunque, in relazione agli altri oggetti non può intendersi percettibile soltanto nello sporadico caso in cui incontrando un altro oggetto interagisce emettendo qualche messaggero. La sua presenza deve essere comunicata con una, per così dire, "continuità" ammettendo che esso interagisca con una frequenza molto elevata in contrasto con la tendenza a portarsi al raggio stabile per contenere il suo volume.

Ciò è possibile se dopo una interazione i due oggetti si trovano nella condizione di avere nuovamente le due sfere di interferenza intersecanti, e poi ancora intersecanti fino a costituire un oggetto composto in "continua" interazione. Si può ammettere che tale oggetto composto nell'incontrare un altro oggetto possa catturarlo costituendo un oggetto fatto di tre elementi e così via fino a quando le condizioni di interazione lo consentono. In questi nuovi oggetti composti i valori di kk di ciascun elemento possono adeguarsi reciprocamente assumendo valori nelle bande non caotiche viste prima e tali che, per ogni interazione, la massa energetica totale in modulo sia uguale alla massa inerziale:

$$\sum \left| \left(|\xi_1|^{\frac{kk_1}{3}} + |\xi_2|^{\frac{kk_2}{3}} + \dots \right) - (|\xi_1| + |\xi_2| + \dots) \right| \cong 0$$

Trovare questi valori di kk , con l'approssimazione consentita da un calcolatore, richiede un processo molto laborioso; si rinuncia ad esso cercando soluzioni comunque ponderose che si limitano a dimostrare la loro consistenza per oggetti composti da soltanto due elementi.

Si usa a tale scopo la seguente procedura:

PROCEDURA V°

```

//MACRO-----MACRO-----MACRO-----MACRO-----MACRO-----MACRO-----
#define MCR_ScanInterv(ValS1,ValD1,ValS2,ValD2,ValP1,ValP2,Nfase) \
Psskk1=ValP1*(ValD1-ValS1)/(long double)(XRp-XLp); \
Psskk2=ValP2*(ValD2-ValS2)/(long double)(XRp-XLp); \
for(kk1=ValS1; kk1<ValD1;kk1+=Psskk1){ \
Err0=1.E-4;SW=false; \
for(kk2=ValS2; kk2<ValD2;kk2+=Psskk2){ \
Chsi1=Chsi2=20; \
for(int i=0;++i<2000;){Chsi1-=kk1*log(abs(Chsi1));Chsi2-=kk2*log(abs(Chsi2));}\
for(i=0;++i<Nfase;)Chsi2-=kk2*log(abs(Chsi2)); \
Err=0;for(int i=0;++i<10;){ \
{Err+=abs(pow(abs(Chsi1),kk1/3.0)+pow(abs(Chsi2),kk2/3.0)-abs(Chsi1)-abs(Chsi2));}\
if(abs(Err)<abs(Err0)){Err0=Err;kk10=kk1;kk20=kk2;SW=true;}} \
if(SW){_gcv_t(BufferChsi,30,abs(Err0),17); \
_gcv_t(BufferChs01,30,kk10,17); \
_gcv_t(BufferChs02,30,kk20,17); \
fileOutGen<<"kk2="<<BufferChs02<<"kk1="<<BufferChs01 \
<<"Err="<<BufferChsi<<"\n"; \
} \
}

```

Dove ValS1,ValD1 sono gli estremi di kk per il primo oggetto e ValS2,ValD2 quelli relativi al secondo oggetto; ValP1,ValP2 infittiscono l'intervallo di scansione modulando il passo; XRp-XLp vale circa 1000. Le due successioni relative ai due oggetti hanno lo stesso valore iniziale; a partire da questo si eseguono 2000 iterazioni a “vuoto” per stabilizzare i valori delle oscillazioni, poi, a seguito di queste, è possibile far eseguire Nfase iterazioni (in genere da 0 a 6 iterazioni circa) alla seconda successione per modificare lo sfasamento tra le due. Nel calcolo che segue Nfase è 1 (“sfasamento nullo”).

Per le successive 10 iterazioni si calcola l'errore:

$$Err = \sum_{2000}^{2010} \left| \left(|\xi_1|^{\frac{kk1}{3}} + |\xi_2|^{\frac{kk2}{3}} \right) - (|\xi_1| + |\xi_2|) \right|$$

se questo è minore di Err0=1.E-4 si stampano su file i valori di kk per i due oggetti e l'errore delle 10 iterazioni.

La prima scansione è:

MCR_ScanInterv(2.0,3.0,3.0,3.6,0.125,0.125,1)

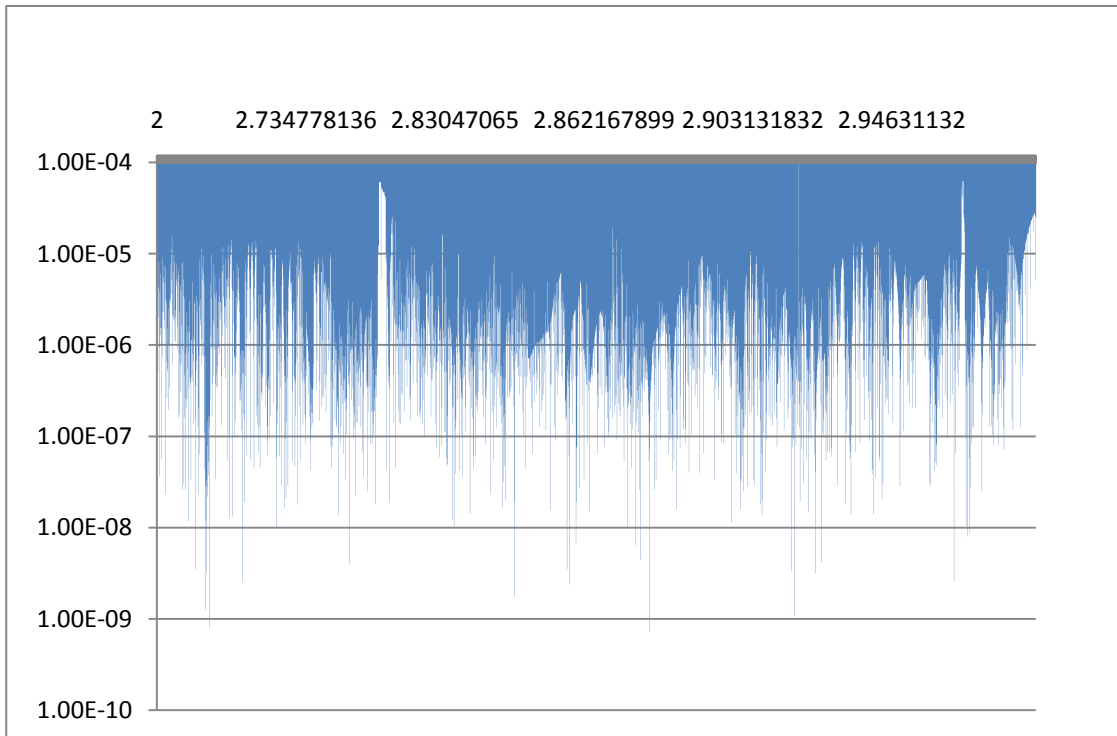
Da questa, in primo luogo, si escludono dall'attenzione i valori di kk2 che non ricadono in bande di “stabilità” comprese tra 3 e 3.6; dei rimanenti si escludono i valori per kk1 che non cadono nelle bande di stabilità comprese 2.0 e 3.0.

Per ciascun valore di kk1 e kk2 si individuano, usando la **PROCEDURA IV°** con buon dettaglio ai bordi, le corrispondenti bande di “stabilità”; esse sono:

- | | |
|---|--------------------------------------|
| 01) kk1=[2.000000000000,2.395833703446"] ; | kk2=["3.017605206328,3.132025546839] |
| 02) kk1=[2.000000000000,2.395833703446"] ; | kk2=["3.230939956969,3.234117361706] |
| 03) kk1=[2.000000000000,2.395833703446"] ; | kk2=["3.279584693782,3.279601815031] |
| 04) kk1=[2.000000000000,2.395833703446"] ; | kk2=["3.325337702121,3.325790967395] |
| 05) kk1=[2.000000000000,2.395833703446"] ; | kk2=["3.360940790734,3.368786524616] |
| 06) kk1=[2.000000000000,2.395833703446"] ; | kk2=["3.392077927844,3.392203100958] |
| 07) kk1=[2.000000000000,2.395833703446"] ; | kk2=["3.417133665612,3.417139621080] |
| 08) kk1=[2.000000000000,2.395833703446"] ; | kk2=["3.445300648280,3.445336381089] |
| 09) kk1=[2.000000000000,2.395833703446"] ; | kk2=["3.479676369027,3.483586837766] |
| 10) kk1=[2.000000000000,2.395833703446"] ; | kk2=["3.544675648956,3.544959778933] |
| 11) kk1=[2.000000000000,2.395833703446"] ; | kk2=["3.567779942200,3.567942688905] |
| 12) kk1=[2.491746343475,2.491801842597"] ; | kk2=["3.479676369027,3.483586837766] |
| 13) kk1=[2.510342550049,2.510347498799"] ; | kk2=["3.360940790734,3.368786524616] |
| 14) kk1=[2.5143300208338,2.514339107058"] ; | kk2=["3.360940790734,3.368786524616] |

15) kk1=[2.534862889233,2.541776248194"]; kk2=["3.230939956969,3.234117361706]
16) kk1=[2.544388455841,2.544406330647"]; kk2=["3.392077927844,3.392203100958]
17) kk1=[2.564141586484,2.564860781493"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
18) kk1=[2.573945391899,2.574039746466"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
19) kk1=[2.583390277217,2.583419297706"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
20) kk1=[2.588330247085,2.588491476933"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
21) kk1=[2.599698320218,2.600499738773"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
22) kk1=[2.606136425605,2.606158584961"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
23) kk1=[2.610403932944,2.610519280677"]; kk2=["3.360940790734,3.368786524616]
24) kk1=[2.614574668937,2.614593728132"]; kk2=["3.360940790734,3.368786524616]
25) kk1=[2.624369690105,2.627589525177"]; kk2=["3.230939956969,3.234117361706]
26) kk1=[2.634890025936,2.634899409289"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
27) kk1=[2.637947550344,2.637999125598"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
28) kk1=[2.645044222262,2.645330388804"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546830]
29) kk1=[2.660568197655,2.660650465470"]; kk2=["3.249725449177,3.249920702757]
30) kk1=[2.672130191672,2.679650201968"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
31) kk1=[2.672138016864,2.679658027160"]; kk2=["3.230939956969,3.234117361706]
32) kk1=[2.686090718913,2.686113687650"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
33) kk1=[2.699130677806,2.699136345451"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
34) kk1=[2.700728336508,2.700942171560"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
35) kk1=[2.702366265118,2.702370089194"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
36) kk1=[2.706340562691,2.706354402205"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
37) kk1=[2.711757462172,2.711769588194"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
38) kk1=[2.720936760053,2.720973161434"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
39) kk1=[2.724717774852,2.724732142333"]; kk2=["3.004994105916,3.005002388461]
40) kk1=[2.729682709738,2.729693294933"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
41) kk1=[2.734632559236,2.734790191850"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
42) kk1=[2.738632536595,2.738633966098"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
43) kk1=[2.740388323087,2.740406466742"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
44) kk1=[2.747545244973,2.747574869064"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
45) kk1=[2.758810191704,2.764573401281"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
46) kk1=[2.776775326098,2.776840844490"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
47) kk1=[2.788865635068,2.788923599095"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
48) kk1=[2.802503401425,2.803599357702"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
49) kk1=[2.807577188882,2.807592231523"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
50) kk1=[2.819114052594,2.819224922948"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
51) kk1=[2.830457454018,2.830490629902"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
52) kk1=[2.837488039145,2.837489222356"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
53) kk1=[2.839826904414,2.840203340307"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
54) kk1=[2.842305927272,2.842306850097"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
55) kk1=[2.843376331896,2.843378460820"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
56) kk1=[2.848013341645,2.848030591138"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
57) kk1=[2.858825267722,2.858851022450"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
58) kk1=[2.862162327437,2.862169976173"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
59) kk1=[2.872711932401,2.877550755229"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
60) kk1=[2.885640272717,2.885645032941"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
61) kk1=[2.888546501253,2.888563046692"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
62) kk1=[2.892288339973,2.892298764693"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
63) kk1=[2.892288339973,2.892298781754"]; kk2=["3.004994105916,3.005002388461]
64) kk1=[2.897035407810,2.897044028350"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
65) kk1=[2.903080589078,2.903268187224"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
66) kk1=[2.904690556565,2.904693609822"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
67) kk1=[2.909491342882,2.909502114773"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
68) kk1=[2.915470047127,2.915496719950"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
69) kk1=[2.923508756020,2.923683990921"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
70) kk1=[2.937123291396,2.937321191242"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
71) kk1=[2.946290935967,2.946329459997"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
72) kk1=[2.953210372308,2.953226370659"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
73) kk1=[2.961287338661,2.961645515087"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
74) kk1=[2.969340758393,2.969355651144"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
75) kk1=[2.975056983414,2.975076219146"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]
76) kk1=[2.979304070659,2.979331035023"]; kk2=["3.017605206328,3.132025546839]

si ripete su ciascuna coppia di bande la procedura con i coefficienti di dettaglio, ValP1, ValP2, pari a 0.25. Il valore più grossolano, rispetto al precedente pari a 0.125, è comunque compensato dall'ampiezza delle bande, molto più strette, ottenendo in definitiva una scansione più raffinata. Il risultato è riportato nel seguente grafico:

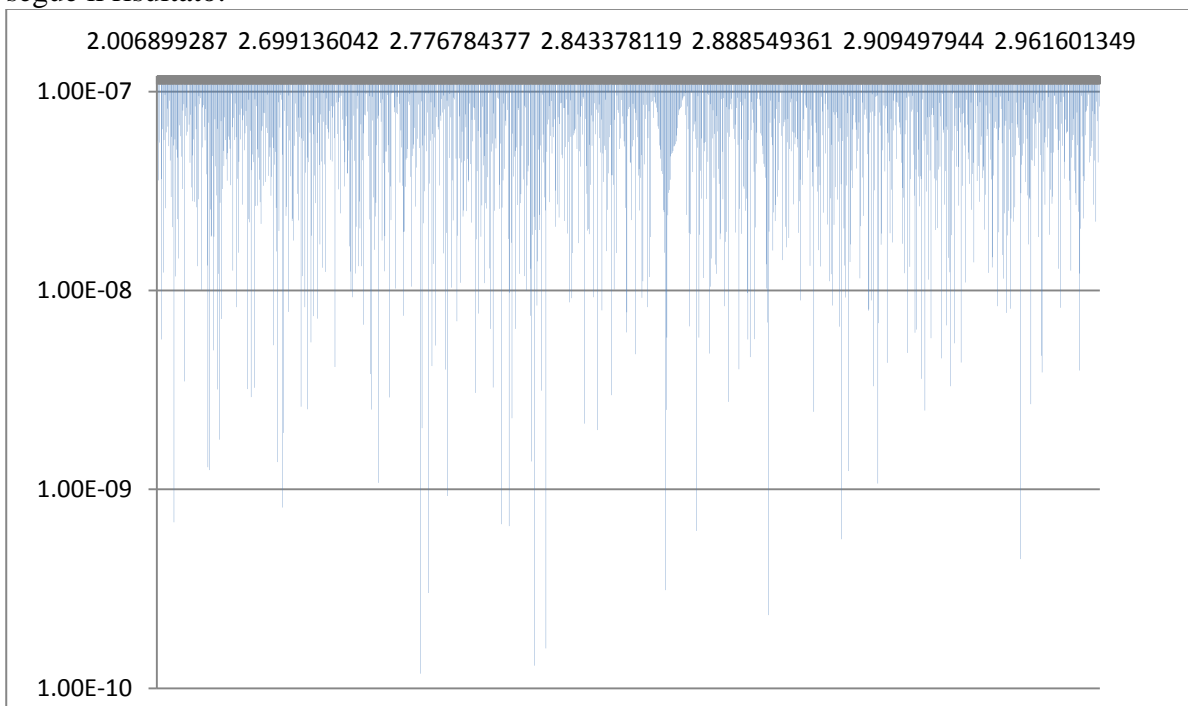


Ci sono valori di Err che scendono fino all'ordine di ..E-10.

Si procede a una selezione ulteriore sulle 78 bande eliminando quelle tra esse che hanno valori di Err superiori a $1 \cdot E-7$ e su queste si ripete il calcolo con coefficienti di dettaglio portati a 0.125; le bande residue in conformità alla numerazione prima assegnata sono:

N°04);	N°05);	N°06);	N°19);	N°20);	N°24);	N°25);	N°31);
N°32);	N°33);	N°34);	N°35);	N°36);	N°37);	N°40);	N°41);
N°42);	N°44);	N°45);	N°46);	N°48);	N°50);	N°51);	N°52);
N°53);	N°54);	N°55);	N°56);	N°57);	N°58);	N°59);	N°60);
N°61);	N°62);	N°64);	N°65);	N°66);	N°67);	N°68);	N°69);
N°70);	N°71);	N°72);	N°73);	N°74);	N°76);		

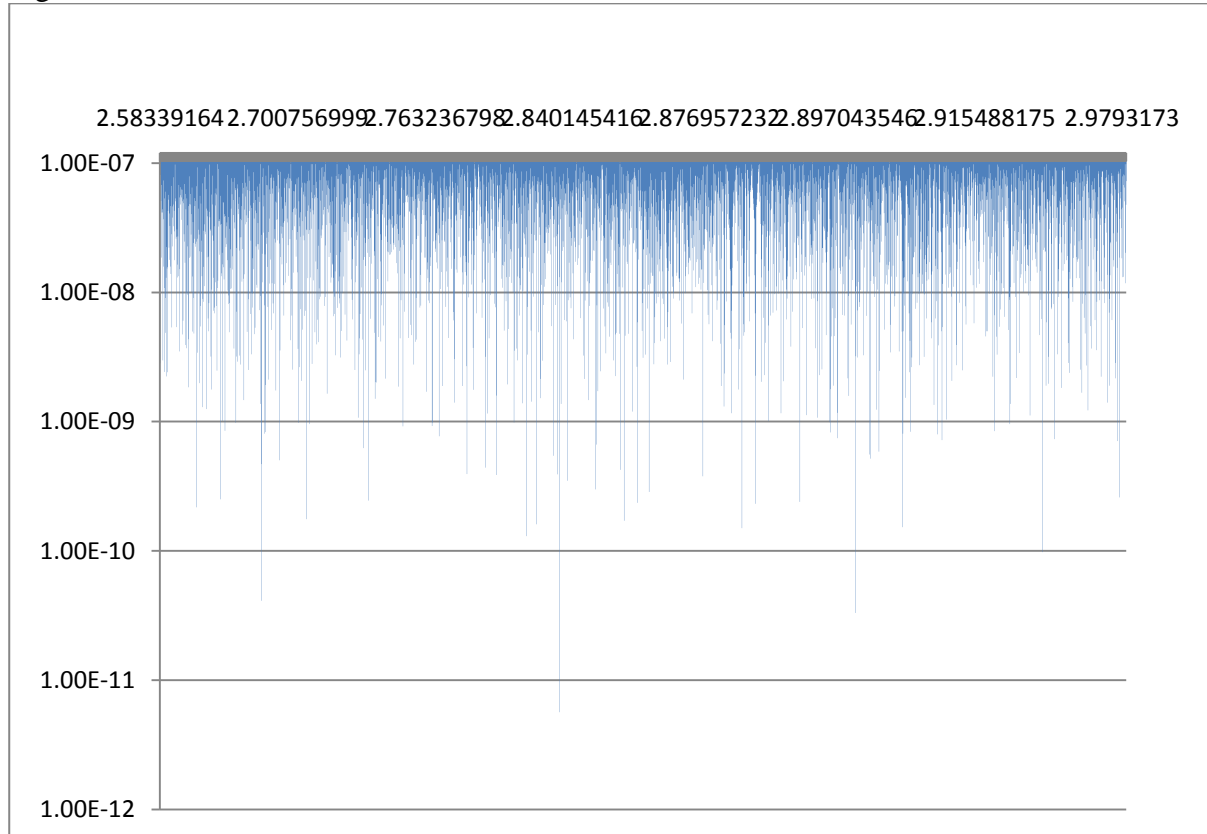
segue il risultato:



Si procede a una selezione ulteriore sulle 46 bande eliminando quelle che hanno valori di Err superiori a $1 \cdot E-7$ e su queste si ripete il calcolo con coefficienti di dettaglio portati a 0.0625; le bande residue in conformità alla numerazione prima assegnata sono:

N°19); N°20); N°24); N°25); N°32); N°33); N°34); N°36); N°37);
 N°40); N°41); N°42); N°44); N°45); N°46); N°48); N°50); N°51);
 N°52); N°53); N°54); N°55); N°57); N°58); N°59); N°60); N°61);
 N°62); N°64); N°65); N°66); N°67); N°68); N°69); N°71); N°72);
 N°73); N°74); N°76);

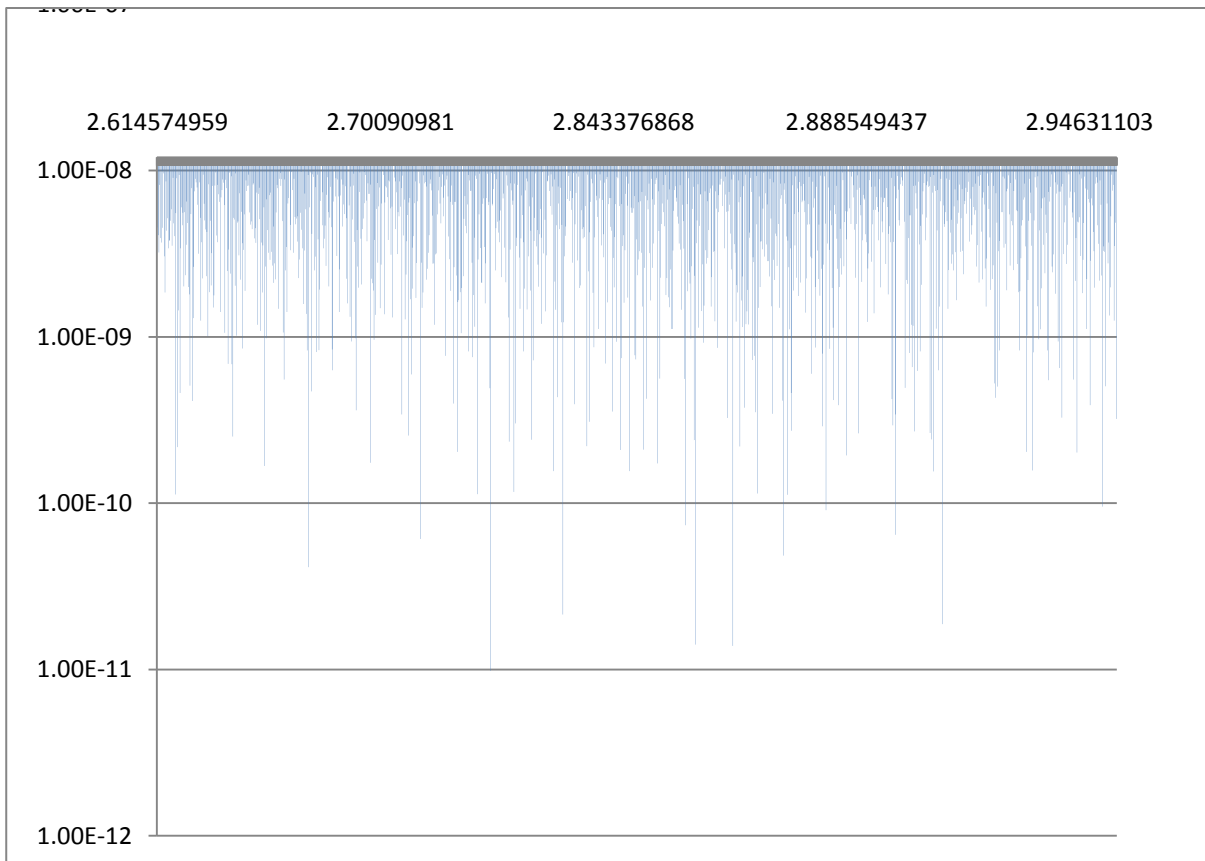
segue il risultato:



Si procede ulteriormente a un'altra selezione sulle trentotto bande eliminando quelle che hanno valori di Err superiori a $1 \cdot E-9$ e su queste si ripete il calcolo con coefficienti di dettaglio portati a 0.03125; le bande residue in conformità alla numerazione prima assegnata sono:

N°24); N°32); N°34); N°41); N°42); N°48); N°50); N°51); N°52);
 N°53); N°55); N°57); N°59); N°60); N°61); N°62); N°65); N°66);
 N°71); N°76);

segue il risultato:



Come si osserva dal processo più esso è dettagliato nello scanning, si trovano valori per kk_1 e kk_2 degli oggetti composti (coppie) che, con approssimazione sempre più raffinata, consentono di ottenere la coincidenza tra “massa inerziale” e “massa energetica”.

OGGETTI COMPOSTI

Osservazione: l'origine di RC è interno alla sfera di consistenza di entrambi i prodotti $(A_i^\circ * B_j^\circ)$ $(B_j^\circ * A_i^\circ)$ infatti, per x, y, z reali anche L_A di $(A_i^\circ * B_j^\circ)$ e L_B di $(B_j^\circ * A_i^\circ)$ sono reali pertanto RC è interno alle rispettive sfere di consistenza. In altre parole:

$$d_{A^\circ * B^\circ}^2 + L_{A^\circ * B^\circ}^2 = R_{A^\circ * B^\circ}^2 \Rightarrow d_{A^\circ * B^\circ}^2 = R_{A^\circ * B^\circ}^2 - L_{A^\circ * B^\circ}^2 \leq R_{A^\circ * B^\circ}^2 \text{ se } L_{A^\circ * B^\circ} \text{ è reale}$$

$$d_{A^\circ * B^\circ}^2 \leq R_{A^\circ * B^\circ}^2 \text{ se } L_{A^\circ * B^\circ} \text{ è reale}$$

In altre parole $(A_i^\circ * B_j^\circ)$ e $(B_j^\circ * A_i^\circ)$ si intersecano.

Un analogo ragionamento può eventualmente valere, in particolari condizioni di interazione, per gli oggetti uscenti dall'interazione ricollocati con Δs_A e Δs_B .

Le componenti, $L_{x,y,z}$, di $(A_i^\circ * B_j^\circ)$ e $(B_j^\circ * A_i^\circ)$ sono “prodotti scalari e vettoriali” dei due vettori che in RC individuano i centri di A e B o vettori da essi dedotti con rotazioni di $\pi/2$, pertanto sono invarianti rispetto all'orientamento ORTOGONALE di RC e dipendono soltanto dalla posizione reciproca di A° e B° in RC.

Si può immaginare di introdurre nuovi oggetti ottenuti dai precedenti permutando le posizioni di x, y, z ottenendo $3! = 6$ gruppi di oggetti ciascuno dei quali è del tutto corrispondente al gruppo dei quattro trattati con la sola variante di nomi diversi per le coordinate spaziali. Non è possibile una compresenza di gruppi differenti, rinunciando alla coerenza, perché in tal caso le componenti dei prodotti $(A_i^\circ * B_j^\circ)$ e $(B_j^\circ * A_i^\circ)$ non individuerrebbero “oggetti” dipendenti dalla sola posizione reciproca di A° e B° ma dipenderebbero anche dall'orientamento di RC.

Particolari condizioni di avvicinamento di A e B e la relazione $d_{A^{\circ} * B^{\circ}} \leq R_{A^{\circ} * B^{\circ}}^2$ permettono la posizione di A e B, dopo l'interazione, ancora intersecante per le loro superfici di consistenza e quindi A e B sono soggetti a una nuova interazione e possibilmente a una terza e così via fino a restare intrappolati l'uno all'altro dando origine a un nuovo oggetto composto.

Di oggetti composti da coppie ne esistono $6 = \binom{4}{2}$ eterogenei (coppie A_i e B_j $i \neq j$) e una coppia omogenea $i=j=1$ (naturalmente dalla seconda interazione in poi se $i=j \neq 1$). Se l'emissione dei messaggi è attivata soltanto dall'interazione, allora solo gli oggetti composti emettono e in particolare i sei oggetti eterogenei emettono i quattro tipi di messaggi $\langle U_i \rangle$ ($i=1,2,3,4$) con le modalità già descritte mentre la coppia omogenea emette messaggi del tipo $\langle U_1 \rangle$.

Tutti gli altri oggetti singoli sono silenziosi, non danno segno di sé, fino all'incontro con altri oggetti. Da quel momento in poi, se intrappolati, comunicano a tutto lo spazio la loro condizione "disagevole".