

Cognome e nome

Numero di matricola

Email

Ingegneria Meccanica Geometria e Algebra Lineare

Anno accademico 2013/2014 - Secondo compito in itinere

Esercizio 1. Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2-k & 2k-2 & 2k-2 \\ 0 & -k & 0 \\ 0 & 2k & k \end{pmatrix}$$

a) Le radici caratteristiche di A sono:

b) I valori di k per cui A è triangolabile sono:

c) I valori di k per cui A è diagonalizzabile sono:

d) Per $k = 0$ si determini una base dell'autospazio associato all'autovalore $\lambda = 0$:

Esercizio 2. a) Si scriva l'equazione cartesiana della superficie \mathcal{Q} ottenuta ruotando la retta $r : \begin{cases} x = y \\ y = z \end{cases}$ attorno alla retta $a : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ e la si classifichi:

b) Si scrivano le equazioni della circonferenza γ di raggio minimo contenuta in \mathcal{Q} .

Esercizio 3. Si consideri lo spazio vettoriale \mathbb{R}^3 , il suo sottospazio $V' = \{(x, y, z)^T : 2x - y = 0\}$ ed il vettore $v = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}, 0\right)^T \in V'$. Si determini una base ortonormale di V' comprendente v .

Esercizio 4. Si considerino i numeri complessi $z_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ e $z_2 = \sqrt{2} - \sqrt{2}i$.

a) Si determinino in forma algebrica i numeri complessi z_1^{27} e z_1^{29} :

b) Si determini $|z_2^4|$ e $|z_1^{273} \cdot z_2^4|$.

c) I numeri complessi z tali che $\exp(z) = z_1$ sono:

d) Tra le soluzioni z del punto c) si individuino quelle aventi parte immaginaria minore di 8π .

Esercizio 5. Si consideri il fascio \mathcal{F} generato dalle coniche $\gamma_1 : x^2 + y^2 - 2 = 0$ e $\gamma_2 : xy = 1$, per il quale consideriamo l'equazione $x^2 + y^2 - 2 + 2\lambda(xy - 1) = 0$.

a) Si determinino i punti base e le coniche degeneri del fascio \mathcal{F} .

b) Si determinino le equazioni delle rette tangenti comuni a tutte le coniche del fascio.

c) Si determinino eventuali elementi di simmetria comuni a tutte le coniche del fascio.

d) Si determinino i punti che hanno la medesima polare rispetto a tutte le coniche del fascio.

e) Si determini la conica del fascio che ha un asintoto parallelo alla retta $r : x - 2y = 3$.

Esercizio 6. Scrivere la matrice A diagonalizzabile con autovalori $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = -1$, $\lambda_3 = 2$ e corrispondenti autospazi $V_{\lambda_1} = \text{Span}((1, 0, 1)^T)$, $V_{\lambda_2} = \text{Span}((0, 0, 1)^T)$ e $V_{\lambda_3} = \text{Span}((0, 1, 1)^T)$.

Esercizio 7. Rispondi alle seguenti domande:

a) Se $A^T = -A$, $\lambda = 1 + 3i$ può essere radice caratteristica di A ? (Si) (No)

b) Sia $A \in \mathcal{M}_{3,3}(\mathbb{R})$ diagonalizzabile con autovalori $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = -1$, $\lambda_3 = 10$. Il determinante di A^3 è'

c) Se $A \in \mathcal{M}_{4,4}(\mathbb{R})$ e' nilpotente con $\dim(\ker(A)) = 3$, l'indice di nilpotenza è'