

319

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-2} - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{3x-5}}$$

 $\left[-\frac{1}{2}\right]$

321

320

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x-4} - \sqrt{x}}{\sqrt{x^2-7} - \sqrt{x+5}}$$

 $\left[\frac{3}{14}\right]$

322

Esercizi di ricapitolazione

Calcolare i seguenti limiti.

323

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x^4 - 4}{x^3 - 2\sqrt{2}}$$

324

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 3x^3 + 4x}{x^4 - 4x^3 + 16x - 16}$$

325

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - 3ax + 2a^2}{x^3 - 2ax^2 + a^3}$$

 $\left[\text{se } a \neq 0: = \frac{1}{a}\right]$

326

$$\lim_{x \rightarrow -a} \frac{x^3 + a^3}{2x^3 - a^2x + a^3}$$

327

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{5+2x}}{2 - \sqrt{-x+2}}$$

 $[-2]$

33

328

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + \sqrt{2+x}}{2x + \sqrt{x+5}}$$

 $\left[\frac{2}{3}\right]$

33

329

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - \sqrt{4x+1}}{x - \sqrt{4x-4}}$$

 $\left[+\infty \text{ per } x \rightarrow 2^-, -\infty \text{ per } x \rightarrow 2^+\right]$

3

323 una soluzione alternativa a Ruffini

per $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x^4 - 4}{x^3 - 2\sqrt{2}}$ forma indet. $\frac{0}{0}$

posso scrivere il denominatore come differenza di due cubi

$$x^3 - 2\sqrt{2} = x^3 - (\sqrt{2})^3 \quad \text{perché } 2\sqrt{2} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{8} = \sqrt{2^3}$$

la differenza di 2 cubi $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

$$\text{perci\u00f2 } x^3 - (\sqrt{2})^3 = (x - \sqrt{2})(x^2 + \sqrt{2}x + 2)$$

cerco di vedere se il numeratore si pu\u00f2 scomporre in modo che contenga un fattore da semplificare col denominatore

$$x^4 - 4 = (x^2 + 2)(x^2 - 2)$$

anche questo si pu\u00f2 intendere come diff. di 2 quadrati
 $(x^2 - 2) = (x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x^4 - 4}{x^3 - (\sqrt{2})^3} = \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{(x^2 + 2)(x + \sqrt{2})\cancel{(x - \sqrt{2})}}{\cancel{(x - \sqrt{2})}(x^2 + \sqrt{2}x + 2)}$$

$$= \frac{(2+2)(\sqrt{2} + \sqrt{2})}{2+2+2} = \frac{4 \cdot 2\sqrt{2}}{6} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

per\u00f2 non vedo che sia molto pi\u00f9 semplice di Ruffini, che rimane metodo principale quando un $P(x)$ va a zero per $x \rightarrow a$ $P(x) = (x-a)$ (divisore Ruffini)

non vedo nella foto il risultato ma mi pare di ricordare...

Come l'occasione ti mando anche un'altra soluzione classica (razionalizzazione)

327

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{5+2x}}{2 - \sqrt{-x+2}} \quad \text{forma indeterminata } \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{1} \cdot \frac{2 + \sqrt{-x+2}}{2 + \sqrt{-x+2}} = \frac{\sqrt{x+3} + \sqrt{5+2x}}{\sqrt{x+3} + \sqrt{5+2x}} =$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+3 - (5+2x)}{4 - (-x+2)} \cdot \frac{2 + \sqrt{-x+2}}{\sqrt{x+3} + \sqrt{5+2x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{-x-2 \rightarrow \cancel{-(x+2)}}{\cancel{x+2}} \cdot \frac{2 + \sqrt{-x+2}}{\sqrt{x+3} + \sqrt{5+2x}} =$$

$$= - \frac{2+2}{1+1} = - \frac{4}{2} = -2$$

se tu mi mandassi le foto (complete di risultati) delle pagine degli esercizi sui limiti, potrei indicarti i più significativi

$[-\infty \text{ per } x \rightarrow -1^+, +\infty \text{ per } x \rightarrow -1^-]$

$$\text{302} \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1} \quad [+\infty]$$

$$\text{303} \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 6x^2 + 9x}{x^3 - 13x + 12} \quad [0]$$

$$\text{304} \quad \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^3 - x^2 + 4x - 2}{8x^3 - 1} \quad \left[\frac{3}{4}\right]$$

$$\text{305} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - 3x^2 + 1}{3x^3 - 8x^2 + 7x - 2} \quad [3]$$

$$\text{306} \quad \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{6x^2 - 5x + 1}{4x^3 - x} \quad \left[\frac{1}{2}\right]$$

$$\text{314} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x+2} - 2} \quad [16]$$

$$\text{315} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - x} \quad \left[\frac{1}{4}\right]$$

$$\text{316} \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{6 - 2x}{\sqrt{x^2 - 5} - 2} \quad \left[-\frac{4}{3}\right]$$

$$\text{317} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{4 - x^2}}{x^2} \quad \left[\frac{1}{4}\right]$$

$$\text{318} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{\sqrt{x^2 + 25} - 5} \quad \left[\frac{5}{2}\right]$$

#306

lim $\frac{6x^2 - 5x + 1}{x(4x^2 - 1)}$ as $x \rightarrow \frac{1}{2}$

quando si può scomporre, scomporre

$$\frac{6 \cdot \frac{1}{4} - 5 \cdot \frac{1}{2} + 1}{\frac{1}{2} \left(4 \cdot \frac{1}{4} - 1 \right)} = \frac{\frac{3}{2} - \frac{5}{2} + 1}{0} = \frac{0}{0} \text{ indet.}$$

se $P(x)$ va a zero per $x \rightarrow \frac{1}{2}$ vuol dire che è divisibile per $(x - \frac{1}{2})$ e posso trovare il quoziente con Ruffini, ma si può scomporre in fattori anche con i prodotti notevoli e il trinomio speciale

$$\frac{6x^2 - 3x - 2x + 1}{x(2x-1)(2x+1)} = \frac{3x(2x-1) - (2x-1)}{x(2x-1)(2x+1)} = \frac{(2x-1)(3x-1)}{x(2x-1)(2x+1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{3x-1}{x(2x+1)} = \frac{\frac{3}{2} - 1}{\frac{1}{2} \cdot 2} = \frac{1}{2}$$

#316

sempre scomporre quando possibile

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2(3-x)}{\sqrt{x^2-5}-2} \cdot \frac{\sqrt{x^2-5}+2}{\sqrt{x^2-5}+2} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2(3-x)(\sqrt{x^2-5}+2)}{x^2-5-4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2(3-x)(\sqrt{x^2-5}+2)}{x^2-9} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2(3-x)(\sqrt{x^2-5}+2)}{(x-3)(x+3)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-2(\sqrt{x^2-5}+2)}{x+3} = \frac{-2(2+2)}{6} = -\frac{8}{6} = -\frac{4}{3}$$