Iterazioni in simmetria d5

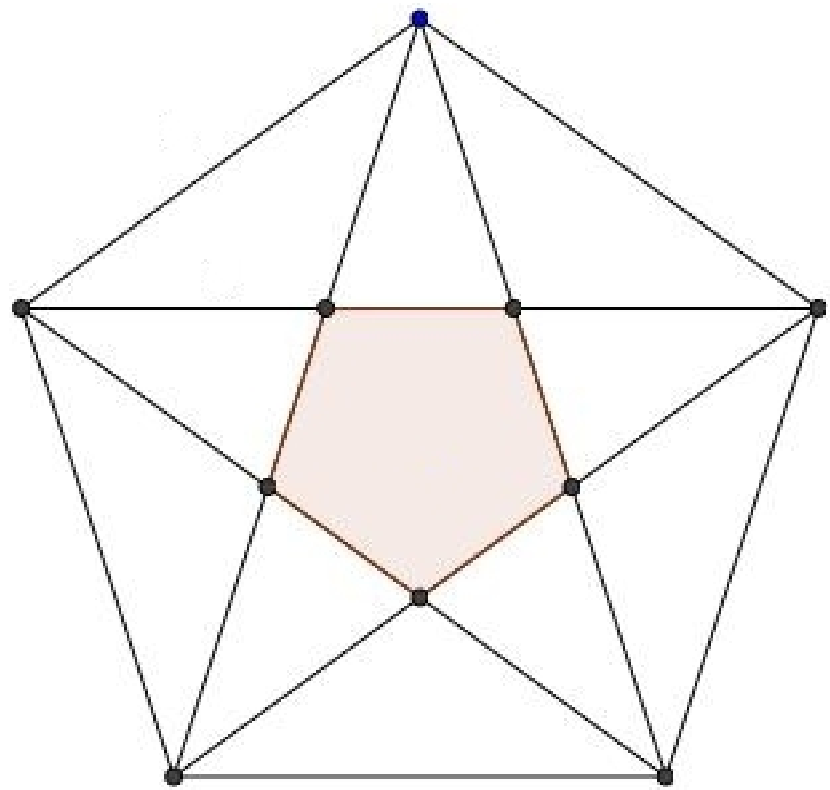
Di Andrea Centomo

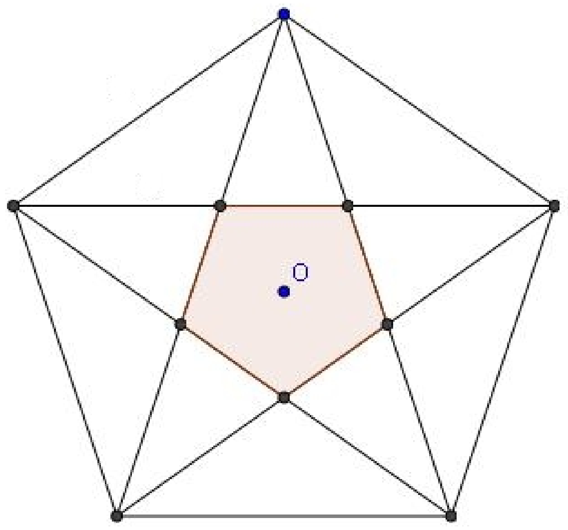
Liceo “F. Corradini” di Thiene

Vicenza, 27/11/2008

I iterazione in simmetria d5

Pitagora 575 – 490 a. C.





L lato del pentagono "grande"

l lato del pentagono "piccolo"

$$\frac{l}{L} \qquad \textbf{\textit{Irrazionale}}$$

Lo capisco **iterando** il procedimento *ad infinitum*!

Eseguendo i calcoli scopriamo che ...

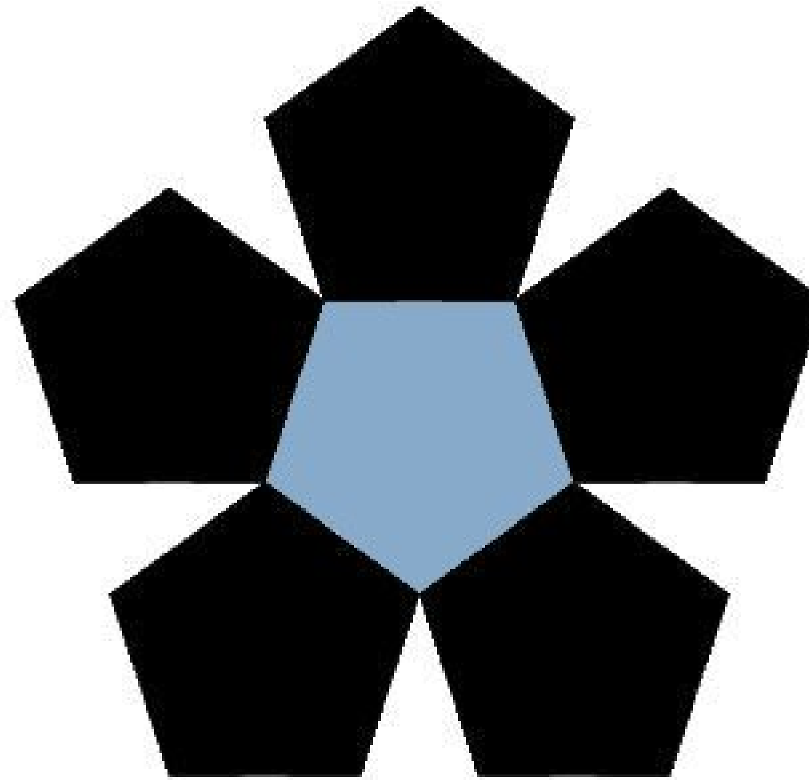
$$\frac{l}{L} = \frac{1}{1+\varphi} \qquad \frac{D}{L} = \varphi$$

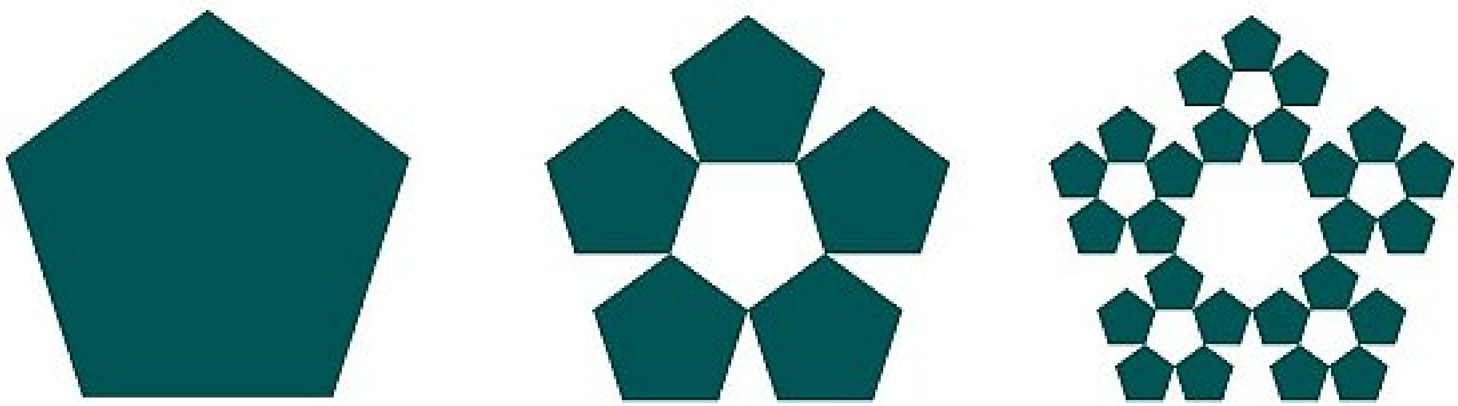
$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{I iterazione} \longrightarrow \text{Irrazionalità}$$

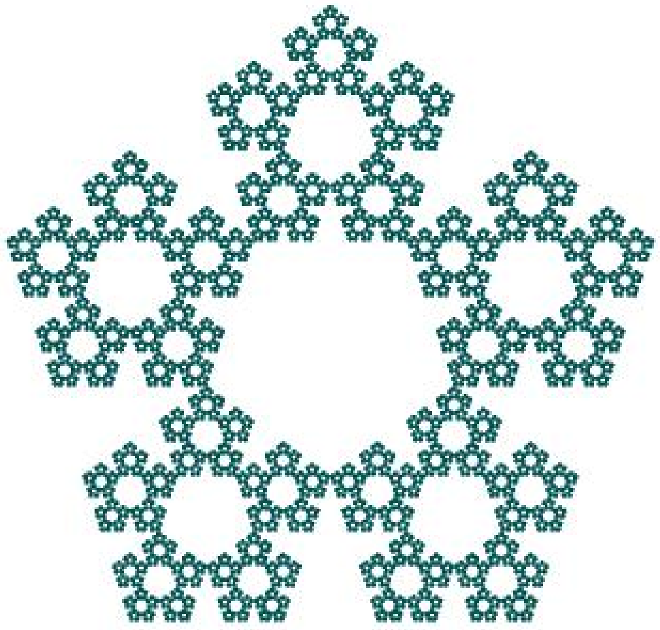
II iterazione in simmetria d5

A. Dürer 1471 – 1528

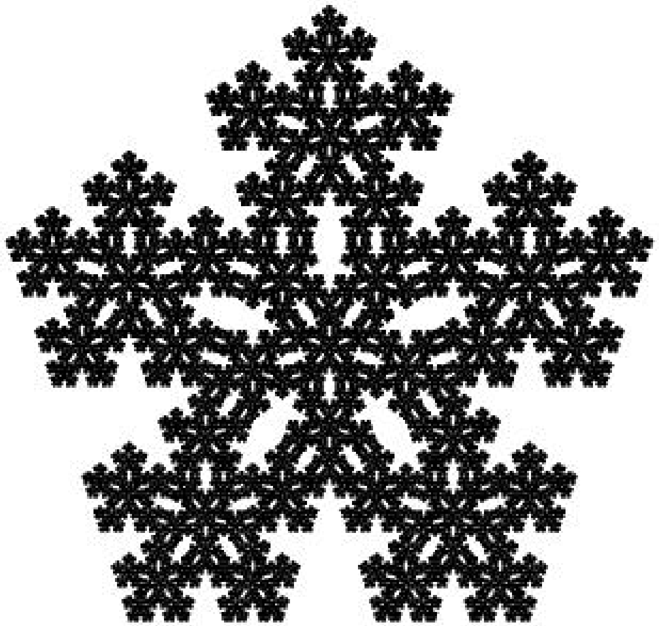




... iterando *ad infinitum* ... cosa succede?



Pentagono di Sierpinski



Pentagono di Dürer

What's interesting?

- Insiemi autosimili
- Compatti e connessi
- Area nulla
- Perimetro infinito

Oggetti Frattali

Concetto di dimensione

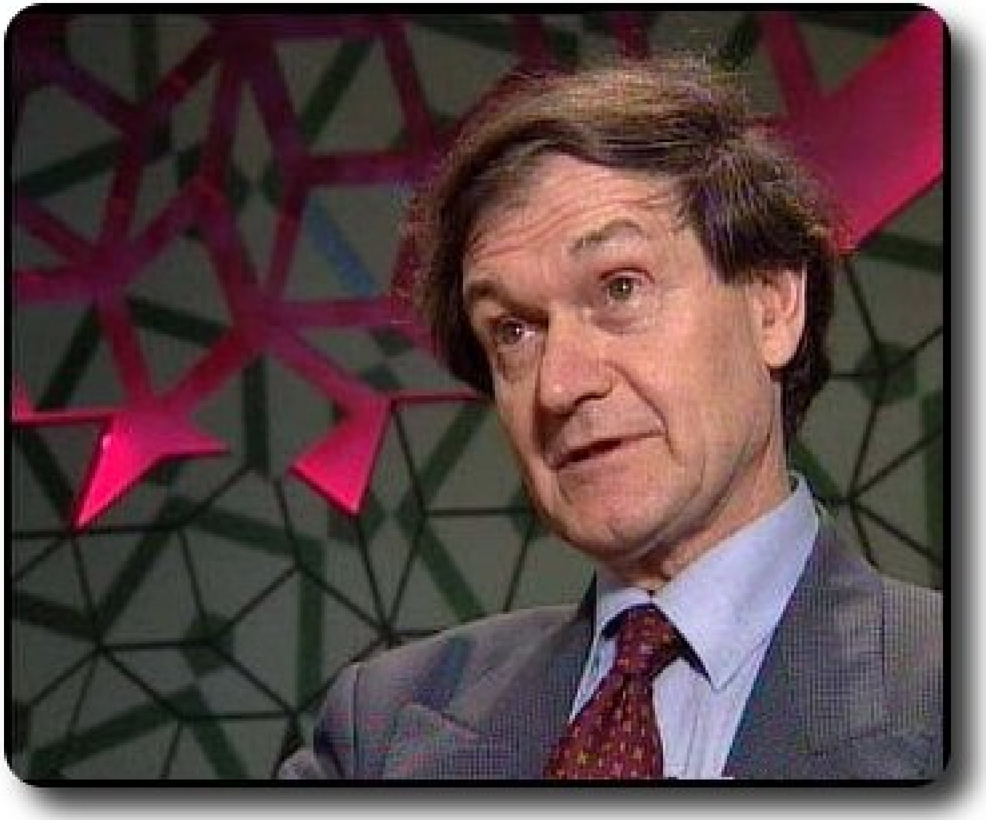
- Dimensione di similitudine
- Dimensione di Hausdorff – Besicovitch
- ...
- Applicazioni nel campo delle immagini

II iterazione

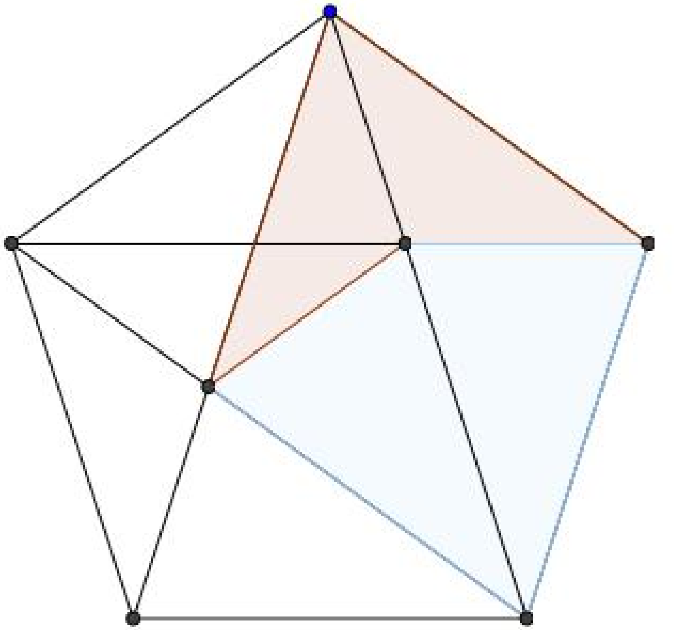
↓

Frattalità

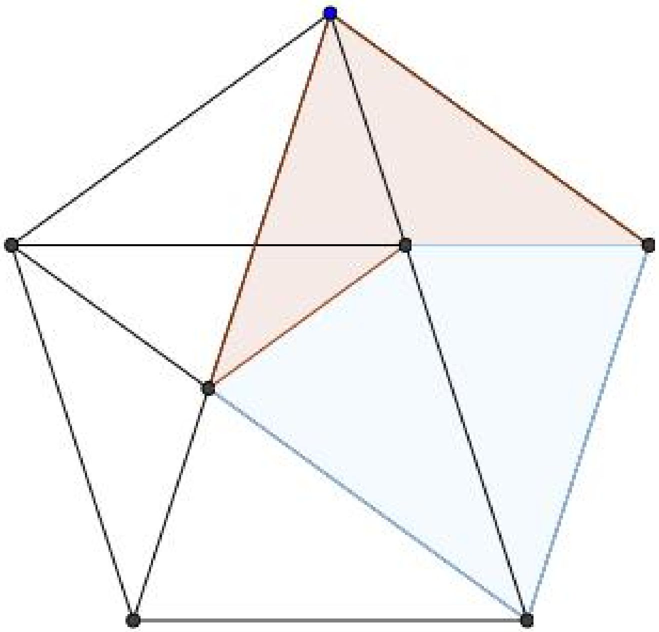
III iterazione in simmetria d5

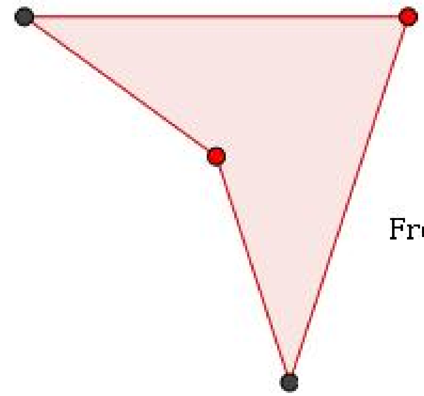


Sir Roger Penrose

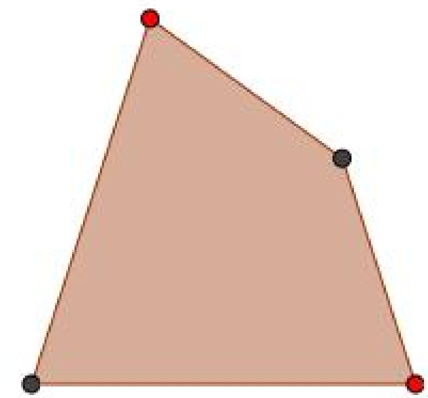


Tasselli di Penrose





Freccia (Dart)



Aquilone (Kite)

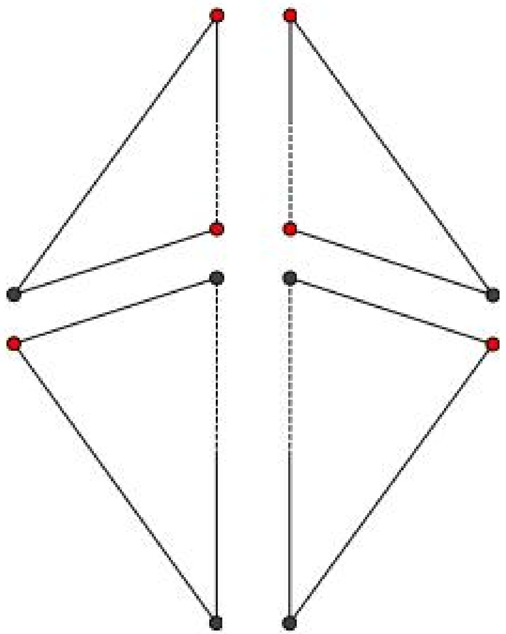
Regole di match

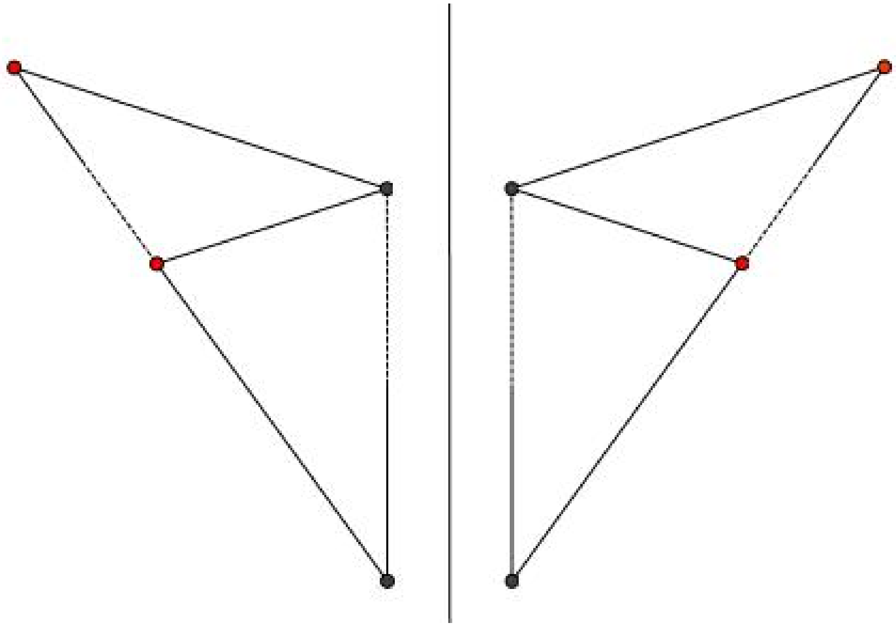
- I lati devono essere lunghi uguali
- I colori dei vertici devono combaciare

Possiamo pavimentare tutto il piano?

Che proprietà ha la pavimentazione?

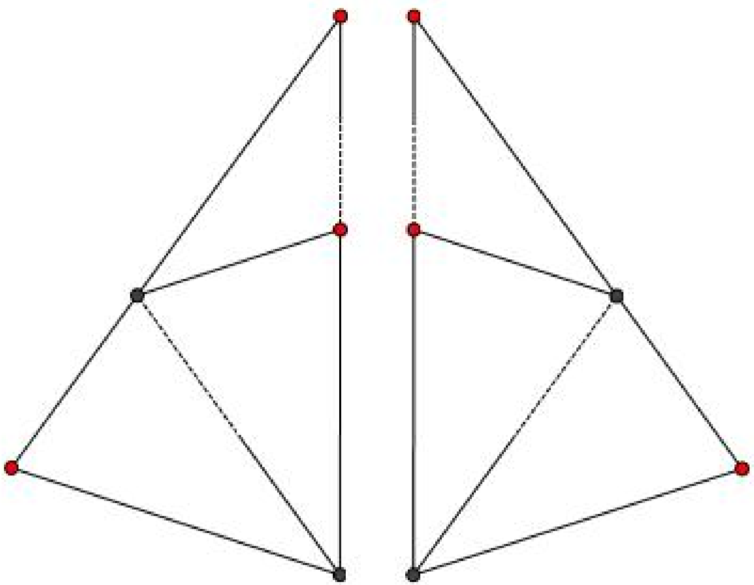
Inflazione e deflazione (1)

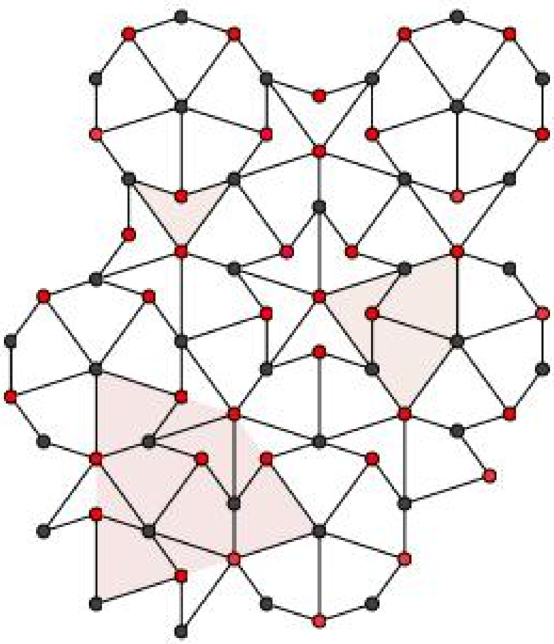




Triangoli di Penrose

Inflazione e deflazione (2)





Iterando *ad infinitum* il processo di inflazione e deflazione ...

si ottiene una pavimentazione di Penrose

Osserviamo che:

- $\longrightarrow$ un aquilone dilatato contiene al suo interno esattamente due aquiloni e una freccia
- $\longrightarrow$ una freccia dilatata contiene al suo interno esattamente un aquilone e una freccia

quindi il rapporto tra il numero di aquiloni n_A e di frecce n_F deve soddisfare la relazione ricorsiva

$$\frac{n_A}{n_F} = \frac{2n_A + n_F}{n_A + n_F}$$

da cui, posto $x = n_A/n_F$, si ottiene

$$x = \frac{2x+1}{x+1} \qquad \Rightarrow \qquad x^2 - x - 1 = 0$$

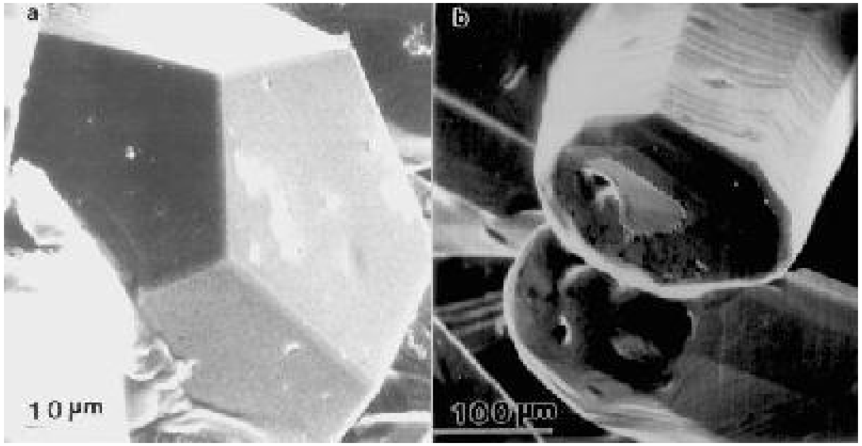
e quindi, prendendo la soluzione positiva, $x = \varphi$: il numero aureo!

- La pavimentazione è NON periodica
- Si può dimostrare che:

OGNI pavimentazione con frecce e aquiloni (triangoli) è NON periodica.

Questa proprietà dei tasselli di Penrose prende il nome di

APERIODICITA'



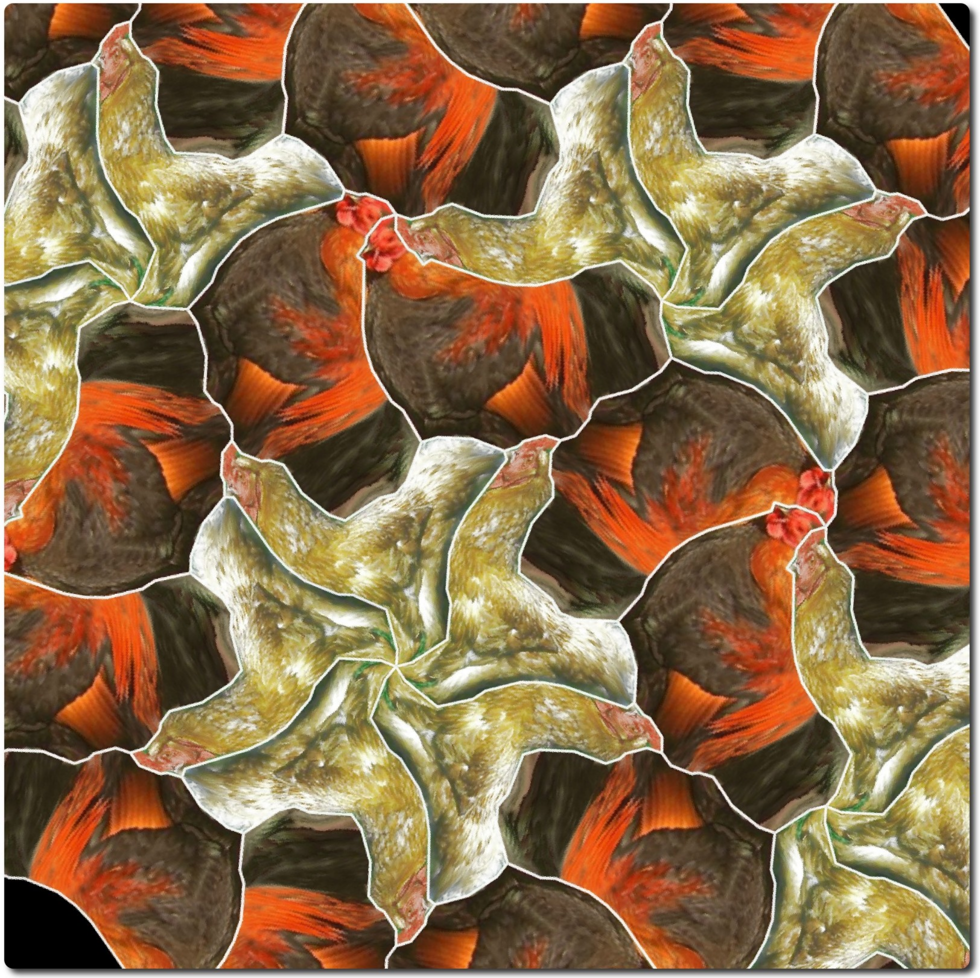
La tassellazioni di Penrose sono modelli per i Quasicristalli!

III iterazione

↓

Aperiodicità

Verso la conclusione



La popolazione di polli di Penrose evolve esattamente come la popolazione dei conigli di Fibonacci!