Programmi Brocca

Indirizzo Linguistico

1 Premessa

In queste pagine sono riportati in forma integrale i testi dei programmi ministeriali per il Liceo Linguistico con sperimentazione Brocca.

2 Matematica Biennio

2.1 Finalità

L'insegnamento di matematica e di informatica promuove:

1. lo sviluppo di capacità intuitive e logiche;
2. la capacità di utilizzare procedimenti euristici;
3. la maturazione dei processi di astrazione e di formazione dei concetti;
4. la capacità di ragionare induttivamente e deduttivamente;
5. lo sviluppo delle attitudini analitiche e sintetiche;
6. l'abitudine alla precisione di linguaggio;
7. la capacità di ragionamento coerente ed argomentato;
8. la consapevolezza degli aspetti culturali e tecnologici emergenti dei nuovi mezzi informatici;
9. l'interesse per il rilievo storico di alcuni importanti eventi nello sviluppo del pensiero matematico.

La matematica, parte rilevante del pensiero umano ed elemento motore dello stesso pensiero filosofico, ha in ogni tempo operato su due fronti: da una parte si è rivolta a risolvere problemi ed a rispondere ai grandi interrogativi che via via l'uomo si poneva sul significato della realtà che lo circonda; dall'altra, sviluppandosi autonomamente, ha posto affascinanti interrogativi sulla portata, il significato e la consistenza delle sue stesse costruzioni culturali. Oggi queste due attività si sono ancor più accentuate e caratterizzate. La prima per la maggiore capacità di interpretazione e di previsione che la matematica ha acquistato nei riguardi dei fenomeni non solo naturali, ma anche economici e della vita sociale in genere, e che l'ha portata ad accogliere e a valorizzare, accanto ai tradizionali processi deduttivi, anche i processi induttivi. La seconda per lo sviluppo del processo di formalizzazione che ha trovato nella logica e nell'informatica un riscontro significativo. Sono due spinte divergenti, ma che determinano, con il loro mutuo influenzarsi, il progresso del pensiero matematico. Coerentemente con questo processo, l'insegnamento della matematica si è sempre orientato, e continua ad orientarsi, in due distinte direzioni: da una parte "leggere il libro della natura" e matematizzare la realtà esterna; dall'altra simboleggiare e formalizzare i propri strumenti di lettura attraverso la costruzione di modelli interpretativi. Queste due direzioni confluiscono, intrecciandosi ed integrandosi con reciproco vantaggio, in un unico risultato: la formazione e la crescita dell'intelligenza dei giovani. Le finalità indicate sopra sono comuni a tutti gli indirizzi di studio perché concorrono, in armonia con l'insegnamento delle altre discipline, alla promozione culturale ed alla formazione umana di tutti i giovani, anche di coloro che non intendono intraprendere studi scientifici e di quelli che decidono di orientarsi più direttamente verso il mondo del lavoro.

2.2 Obiettivi di apprendimento

Alla fine del biennio lo studente deve dimostrare di essere in grado di:

1. individuare proprietà invarianti per trasformazioni elementari;
2. dimostrare proprietà di figure geometriche;
3. utilizzare consapevolmente le tecniche e le procedure di calcolo studiate;
4. riconoscere e costruire relazioni e funzioni;
5. matematizzare semplici situazioni riferite alla comune esperienza e a vari ambiti disciplinari;
6. comprendere e interpretare le strutture di semplici formalismi matematici;
7. cogliere analogie strutturali e individuare strutture fondamentali;
8. riconosce concetti e regole della logica in contesti argomentativi e dimostrativi;
9. adoperare i metodi, i linguaggi e gli strumenti informatici introdotti;
10. inquadrare storicamente qualche momento significativo dell'evoluzione del pensiero matematico.

2.3 Programma A

2.3.1 Geometria del piano e dello spazio

a) Piano euclideo e sue trasformazioni isometrihe. Figure e loro proprietà. Poligoni equiscomponibili; teorema di Pitagora.

b) Piano cartesiano: retta.

c) Esempi significativi di trasformazioni geometriche dello spazio. Individuazione di simmetrie in particolari solidi geometrici.

2.3.2 Insiemi numerici e calcolo

a) Operazioni, ordinamento e loro proprietà negli insiemi dei numeri naturali, interi, razionali.

b) Valori approssimati e loro uso nei calcoli elementari. Introduzione intuitiva dei numeri reali.

c) Il linguaggio dell'algebra e il calcolo letterale: monomi, polinomi. frazioni algebriche.

d) Equazioni, disequazioni e sistemi di I grado.

2.3.3 Relazioni e Funzioni

a) Insiemi ed operazioni su di essi.

b) Prodotto cartesiano. Relazioni binarie: relazioni d'ordine e di equivalenza. Applicazioni (funzioni).

c) Funzioni $x \to ax$, $x \to ax^2$, $x \to a/x$ e loro grafici.

2.3.4 Elementi di Probabilità e Statistica

a) Semplici spazi di probabilità: eventi aleatori, eventi disgiunti e regola della somma.

b) Probabilità condizionata, probabilità composta. Eventi indipendenti e regola del prodotto.

c) Elementi di statistica descrittiva: rilevazione di dati, valori di sintesi, indici di variabilità.

2.3.5 Elementi di Logica e di Informatica

a) Logica delle proposizioni: proposizioni elementari e connettivi, valore di verità di una proposizione composta. Inferenza logica, principali regole di deduzione.

b) Variabili, predicati, quantificatori.

c) Analisi, organizzazione e rappresentazione di dati, costruzione strutturata di algoritmi e loro rappresentazione.

d) Sintassi e semantica. Prima introduzione ai linguaggi formali.

2.3.6 Laboratorio di informatica

Utilizzazione di un linguaggio di programmazione, analisi di problemi e loro soluzione sia con linguaggi di programmazione sia con l'utilizzazione di un opportuno ambiente informatico.

2.4 Commenti

2.4.1 Geometria del piano e dello spazio

Lo studio della geometria nel biennio ha la finalità principale di condurre progressivamente lo studente dalla intuizione e scoperta di proprietà geometriche alla loro descrizione razionale e rappresenta come tale una guida privilegiata alla consapevolezza argomentativa. A ciò il docente può pervenire adottando un metodo che, facendo leva sulle conoscenze intuitive apprese dallo studente nella scuola media, proceda allo sviluppo razionale di limitate catene di deduzioni; è tuttavia necessario che ogni ipotesi o ammissione cui si fa ricorso sia chiaramente riconosciuta e formulata in modo esplicito, quali che siano le ragioni che inducono ad assumerla tra i punti di partenza del ragionamento. Al docente compete poi l'impegno di avviare la fase euristica su processi di assiomatizzazione partendo da semplici situazioni assunte nei vari campi. Ciò nella prospettiva di familiarizzare gli studenti col metodo ipotetico-deduttivo e pervenire negli eventuali studi successivi alla costruzione di un sistema di assiomi per la geometria elementare. A tal fine è bene programmare, in un quadro di riferimento organico, una scelta delle proprietà (teoremi) delle figure piane da dimostrare, utilizzando la geometria delle trasformazioni oppure seguendo un percorso più tradizionale. Un traguardo importante dello studio della geometria è il piano cartesiano, come modello del piano euclideo. Con la sua introduzione sono disponibili per la risoluzione dei problemi geometrici, sia il metodo della geometria classica che quello della geometria analitica, e lo studente va stimolato ad usare l'uno o l'altro in relazione alla naturalezza, alla espressività e alla semplicità che essi offrono nel caso particolare in esame. La rappresentazione della parabola e dell'iperbole equilatera va effettuata rispetto a sistemi di riferimento scelti opportunamente. Gli elementi di geometria dello spazio hanno lo scopo di alimentare e sviluppare l'intuizione spaziale. È in facoltà del docente presentare prima la geometria piana e poi quella dello spazio, oppure fondere, in relazione agli argomenti comuni, le due esposizioni.

2.4.2 Insiemi numerici e calcolo

I numeri naturali, interi, razionali, già noti agli studenti, sono ripresi in forma più sistematica; si può pervenire ai vari ampliamenti a partire da effettive necessità operative, mettendo in luce la permanenza delle proprietà formali e della relazione d'ordine. L'esposizione può anche essere arricchita con l'illustrazione dell'evoluzione storica dei concetti di numerazione e di numero. Il numero reale va introdotto in via intuitiva, come processo costruttivo che può nascere sia da esigenze di calcolo numerico, sia da un confronto fra grandezze omogenee. È importante premettere esempi di calcolo approssimato, in cui porre l'accento sulla significatività delle cifre, anche al fine di far vedere come il risultato del calcolo possa essere illusorio in assenza di una corretta valutazione dell'errore. Il docente deve programmare lo sviluppo da dare al calcolo letterale per abituare lo studente alla corretta manipolazione di formule, sempre sostenuta dalla comprensione delle procedure da seguire. Si sottolinea, a questo proposito, l'inopportunità del ricorso ad espressioni inutilmente complesse, tenendo presente che la sicurezza nel calcolo si acquisisce gradualmente nell'arco del biennio. È invece opportuno fare osservare che un'espressione algebrica è interpretabile in modo naturale come uno schema di calcolo che può essere illustrato da un grafo; si può anche collegare il calcolo letterale ai linguaggi formali introdotti negli elementi di informatica. Lo studio delle equazioni. delle disequazioni e dei sistemi va connesso alla loro rappresentazione sul piano cartesiano, con relative applicazioni a problemi di varia natura: nella risoluzione è sufficiente considerare le soluzioni nell'insieme dei numeri reali. Nel presentare argomenti tradizionali di algebra è opportuno evitare di dare carattere di teoria ad argomenti che si riducono a semplici artifizi e di fornire classificazioni e regole distinte in situazioni in cui valgono gli stessi principi generali.

2.4.3 Relazioni e Funzioni

Il docente, dopo aver riorganizzato le conoscenze sugli insiemi che gli studenti hanno già acquisito nella scuola media, deve aver cura di stabilire opportuni collegamenti tra le nozioni logiche e quelle insiemistiche: connettivi logici ed operazioni tra insiemi, predicato con un solo argomento e sottoinsiemi dell'insieme universo, predicati binari e relazioni ecc... Lo studio del calcolo combinatorio si limita alle disposizioni, permutazioni, combinazioni e loro proprietà principali; il docente può approfittarne, tra l'altro, per abituare lo studente a dimostrazioni di tipo algebrico. Dall'esame delle relazioni di ordine, delle proprietà formali negli insiemi numerici, delle composizioni di isometrie e dall'esame di altri esempi, il docente può arrivare, attrverso il riscontro di analogie strutturali, ai concetti di gruppo, di anello, di campo e di strutture di ordine, senza tuttavia dare alla trattazione una sistemazione teorica, che viene rinviata ai successivi studi. Alla nozione di relazione di equivalenza va associata quella di insieme quoziente con varie esemplificazioni (direzione di rette, classi di resti ecc.). Il concetto di funzione, fondamentale per stabilire relazioni di dipendenza. consente di visualizzare leggi e fenomeni in connessione interdisciplinare con altri ambiti.

L'introduzione delle funzioni $x \rightarrow ax$, $x \rightarrow ax^2$, $x \rightarrow a/x$ trova un naturale collegamento con la rappresentazione della retta, della parabola e dell'iperbole equilatera nel piano cartesiano: analogamente la nozione di zeri di tali funzioni trova collegamento con la risoluzione delle corrispondenti equazioni. La nozione di grafico di una funzione va illustrata anche su esempi diversi, osservando che non è necessario attendere il possesso degli strumenti del calcolo differenziale per avere un'idea qualitativa dell'andamento di funzioni definite da semplici espressioni. In questo contesto l'impiego del calcolatore può essere importante purché lo studente abbia consapevolezza del crarattere approssimato delle rappresentazioni ottenute.

2.4.4 Elementi di Probabilità e Statistica

Lo studio delle probabilità, da un lato, sviluppa un corretto approccio all'analisi di situazioni in condizioni di incertezza, dando strumenti per trattare razionalmente le proprie informazioni e assumere decisioni coerenti e, dall'altro, fornisce nuovi ambiti in cui è possibile svolgere interessanti esempi di matematizzazione. Per il consolidamento di una mentalità probabilistica che orienti lo studente anche nei giudizi della vita corrente, sono essenziali un avvio ragionato alle varie definizioni di probabilità ed una ricca esemplificazione tratta da situazioni reali. Lo studio delle probabilità costituisce inoltre un contesto in cui la formalizzazione e l'astrazione possono far pervenire ad una strutturazione assiomatica della teoria. Nella soluzione dei problemi è bene utilizzare una molteplicità di strumenti quali il calcolo combinatorio, i diagrammi di Euleo-Venn e grafi di vario tipo. I contenuti della parte di statistica costituiscono l'occasione per una messa a punto più rigorosa e formalizzata di concetti e di strumenti in parte già conosciuti, suggerendone una più consolidata familiarizzazione attraverso applicazioni a problemi e contesti di tipo interdisciplinare. Particolare importanza riveste l'analisi e l'interpretazione dei dati presentati in varie forme, da quelle tabellari a quelle grafiche o a quelle piu sintetiche per mettere lo studente in grado di fruire correttamente e criticamente delle informazioni statistiche che a vario tipo gli pervengono.

2.4.5 Elementi di Logica e Informatica

Gli elementi di logica non devono essere visti come una premessa metodologica all'attività dimostrativa ma come una riflessione che si sviluppa man mano che matura l'esperienza matematica dello studente. Fin dall'inizio bisogna abituare lo studente all'uso appropriato del linguaggio e delle formalizzazioni, a esprimere correttamente le proposizioni matematiche e a concatenarle in modo coerente per dimostrare teoremi, mentre solo nella fase terminale del biennio si può pervenire allo studio esplicito delle regole di deduzione. Così, ad esempio, si può osservare che la risoluzione delle equazioni si basa sull'applicazione di principi logici che consentono di ottenere equazioni equivalenti o equazioni che sono conseguenza logica di altre. Le riflessioni linguistiche e logiche acquistano una caratteristica operativa nello sviluppo della parte di programma relativa all'informatica e ai linguaggi di programmazione. Ciò consente, tra l'altro, di cogliere le differenze tra il piano linguistico e il piano metalinguistico, tra il livello sintattico e il livello semantico, particolarmente evidenziate dalla pratica al calcolatore. Va dato opportuno risalto alle analogie e alle differenze che intercorrono tra il linguaggio naturale e i linguaggi artificiali, tra il ragionamento comune e il ragionamento formalizzato. L'introduzione di elementi di informatica avvia lo studente alla costruzione di modelli formali di classi di problemi che conducano all'individuazione di una corretta ed efficiente strategia risolutiva. Per questo è determinante abituare lo studente, partendo dal concetto di informazione, a individuare dati e relazioni tra di essi e a descrivere i processi di elaborazione che consentono di pervenire alla soluzione con mezzi automatici. Durante l'attività di programmazione lo studente deve essere condotto a riconoscere ed utilizzare consapevolmente i tipi di dati e le loro più elementari strutture, nonché le regole di costruzione degli algoritmi (sequenza, selezione, iterazione). In tale attività si devono evidenziare continuamente le analogie e le differenze tra gli oggetti matematici e le loro rappresentazioni informatiche. La riflessione sulla formalizzazione di un processo favorisce la acquisizione dei concetti di automa e con ciò la possibilità di riconoscere l'aspetto logico-funzionale di alcune realtà (i linguaggi formali, l'elaboratore, altri sistemi automatici). I contenuti proposti trovano il loro naturale sviluppo nell'integrazione con le attività di laboratorio.

2.4.6 Laboratorio di Informatica

L'attività di laboratorio, distribuita lungo tutto l'arco del biennio, integra gli elementi di contenuto dei vari temi e costituisce essa stessa un momento di riflessione teorica. Essa consiste in: a) analisi di problemi e loro soluzione informatica attraverso sia la costruzione di un programma e il controllo della sua esecuzione, sia l'utilizzazione di programmi già disponibili e di software di utilità in questo ultimo caso l'utilizzazione di tali ambienti abitua lo studente ad operare consapevolmente all'interno di sistemi dotati di regole formali e con limiti operativi; b) esplorazioni e verifiche di proprietà matematiche, rappresentazioni grafiche e calcoli, come momenti che concorrono al processo di apprendimento della matematica.

2.5 Indicazioni

Non ci si può illudere di poter partire dalla disciplina già confezionata, cioè da teorie e da concetti già elaborati e scritti, senza prendersi cura dei processi costruttivi che li riguardano. È invece importante partire da situazioni didattiche che favoriscano l'insorgere di problemi matematizzabili, la pratica di procedimenti euristici per risolverli, la genesi dei concetti e delle teorie, l'approccio a sistemi assiomatici e formali. Le fonti naturali di queste situazioni sono il mondo reale, la stessa matematica e tutte le altre scienze. Ciò lascia intravedere possibili momenti di pratica interdisciplinare, prima nella scoperta e nella caratterizzazione delle diverse discipline in base al loro oggetto e al loro metodo, poi nel loro uso convergente nel momento conoscitivo, Dei processi di matematizzazione esistono modelli storici esemplari in grado di illustrarne anche le intrinseche difficoltà: si pensi alla matematizzazione pre-euclidea in ambito geometrico e al suo difficile rigoroso approdo euclideo-hilbertiano, al sistema formale dell'aritmetica, delle teorie riguardanti i numeri reali, alla logica, alla probabilità ecc... In tal senso proprio la riflessione sul ruolo dei modelli e del linguaggio matematico in fisica e nei sistemi complessi della biologia e della sociologia fa cogliere la portata di questo riferimento anche per la didattica della matematica. Il problema didattico centrale che si pone al docente nell'attuazione dei programmi risiede nella scelta di situazioni particolarmente idonee a far insorgere in modo naturale congetture, ipotesi, problemi. Per una pratica didattica così finalizzata, offrono prioritaria ispirazione i risultati delle ricerche in campo storico-epistemologico, in quello psico-pedagogico, nonché in quello metodologico-didattico. La scelta delle situazioni e dei problemi rientra in un quadro più vasto di progettazione didattica che si realizza attraverso la valutazione delle disponibilità psicologiche e dei livelli di partenza dei singoli studenti, l'analisi e la determinazione degli obiettivi di apprendimento, l'analisi e la selezione dei contenuti, l'individuazione di metodologie e tecniche opportune, l'adozione di adeguate modalità di verifica. Questa progettazione sostiene il lavoro didattico, favorisce la collocazione dei contenuti nel quadro del sapere scientifico, permette di individuare con più chiarezza la loro importanza e la difficoltà del loro apprendimento. Il programma si articola in cinque temi. A questi si aggiunge un laboratorio di informatica, con valore operativo trasversale rispetto ai temi. Non è prevista una scansione annuale dei contenuti. L'ordine con cui sono proposti i cinque temi non è da interpretare come ordine di svolgimento. Si suggerisce che il docente li sviluppi in modo integrato, partendo da situazioni o contesti che ne mettano in luce le reciproche relazioni e connessioni, nel rispetto dell'identità caratteristica degli argomenti. Ferma restando per tutti l'acquisizione dei contenuti indicati, è necessario che il docente produca esemplificazioni, situazioni e applicazioni tendenzialmente orientate secondo le esigenze e gli interessi preminenti dei vari indirizzi di studio. I linguaggi di programmazione, gli algoritmi risolutivi dei problemi e l'aspetto operativo offerto dai calcolatori si possono utilizzare come occasioni per valorizzare nuovi accessi all'astrazione, modalità più dirette e distinte di familiarizzazione con i linguaggi formali. La verifica dell'apprendimento deve essere strettamente correlata e coerente, nei contenuti e nei metodi, con il complesso di tutte le attività svolte durante il processo di insegnamento-apprendimento. Non può quindi ridursi ad un controllo formale sulla padronanza solo delle abilità di calcolo o di particolari conoscenze mnemoniche; deve invece vertere in modo equilibrato su tutte le tematiche e tenere conto di tutti gli obiettivi evidenziati nel programma. A tal fine il docente può servirsi di verifiche scritte e orali. Le verifiche scritte possono essere articolate sia sotto forma di problemi ed esercizi di tipo tradizionale sia sotto forma di test: possono anche consistere in brevi relazioni su argomenti specifici proposti dal docente o nella stesura (individuale o a piccoli gruppi) di semplici programmi costruiti nell'ambito del laboratorio di informatica. Le interrogazioni orali sono utili soprattutto per valutare le capacità di ragionamento e i progressi raggiunti nella chiarezza e nella proprietà di espressione. Nel corso delle verifiche scritte è giustificato l'uso degli stessi sussidi didattici utilizzati nell'attività di insegnamento-apprendimento (calcolatori tascabili, strumenti da disegno, e, se ritenuto opportuno, manuali e testi scolastici).

3 Matematica Triennio

3.1 Finalità

Nel corso del triennio superiore l'insegnamento della matematica prosegue ed amplia il processo di preparazione scientifica e culturale dei giovani già avviato nel biennio; concorre insieme alle altre discipline allo sviluppo dello spirito critico alla loro promozione umana e intellettuale. In questa fase della vita scolastica lo studio della matematica cura e sviluppa in particolare:

1. l'acquisizione di conoscenze a livelli più elevati di astrazione e di formalizzazione;
2. la capacità di cogliere i caratteri distintivi dei vari linguaggi (storico-naturali, formali, artificiali);
3. la capacità di utilizzare metodi strumenti e modelli matematici in situazioni diverse;
4. l'attitudine a riesaminare criticamente e a sistemare logicamente le conoscenze via via acquisite;
5. l'interesse sempre più penetrante a cogliere aspetti genetici e momenti storico-filosofici del pensiero matematico.

Nei diversi indirizzi di studio l'insegnamento della matematica pur collegandosi con gli altri contesti disciplinari per assumere prospettive ed aspetti specifici conserva la propria autonomia epistemologica-metodologica e persegue quindi le stesse finalità.

3.2 Obiettivi di apprendimento

Alla fine del triennio l'alunno dovrà possedere, sotto l'aspetto concettuale, i contenuti prescrittivi previsti dal programma ed essere in grado di:

1. sviluppare dimostrazioni all'interno di sistemi assiomatici proposti o liberamente costruiti;
2. operare con il simbolismo matematico riconoscendo le regole sintattiche di trasformazione di formule;
3. utilizzare metodi e strumenti di natura probabilistica e inferenziale;
4. affrontare situazioni problematiche di varia natura avvalendosi di modelli matematici atti alla loro rappresentazione;
5. costruire procedure di risoluzione di un problema e, ove sia il caso, produrle in programmi per il calcolatore;
6. risolvere problemi geometrici nel piano per via sintetica o per via analitica;

7. interpretare intuitivamente situazioni geometriche spaziali;
8. applicare le regole della logica in campo matematico;
9. inquadrare storicamente l'evoluzione delle idee matematiche fondamentali;
10. cogliere interazioni tra pensiero filosofico e pensiero matematico.

3.3 Contenuti

3.3.1 Terzo Anno

a) Trasformazioni per omotetia e per similitudine del piano euclideo. Proprietà invarianti.

b) Circonferenza, ellisse, parabola, iperbole nel piano cartesiano.

c) Calcolo combinatorio: disposizioni, permutazioni, combinazioni.

d) L'insieme dei numeri naturali: costruzione, divisibilità, algoritmo euclideo, numeri primi, classi di resti.

e) L'insieme dei numeri reali e sua completezza. Potenze a base reale positiva e ad esponente razionale. Operazioni su di esse.

f) Equazioni e sistemi di II grado. Disequazioni di II grado.

g) Statistica descrittiva multivariata: matrice dei dati, tabelle a doppia entrata, distribuzioni statistiche (congiunte, condizionate, marginali). Coefficiente di correlazione.

h) Regole di inferenza nella logica dei predicati.

i) Uno dei seguenti argomenti: 1) sistemi di rappresentazione delle conoscenze e di soluzione dei problemi; 2) implementazione di algoritmi numerici diretti e iterativi, controllo della precisione.

3.3.2 Quarto Anno

a) Lunghezza della circonferenza e misure angolari. Definizione geometrica di coseno e seno. Teorema del coseno e teorema dei seni. Risoluzione dei triangoli.

b) Incidenza, parallelismo, ortogonalità nello spazio. Angoli di rette e piani, angoli diedri, triedri. Poliedri regolari. Solidi notevoli.

c) Strutture algebriche fondamentali. Strutture d'ordine. Corrispondenze tra insiemi strutturati.

d) Numeri complessi. Confronto tra insiemi numerici infiniti.

e) Potenza a base reale positiva e ad esponente reale. Logaritmo e sue proprietà. Funzione esponenziale e logaritmica.

f) Funzioni circolari. Formule di addizione e principali conseguenze. Uno dei seguenti argomenti: 1) formalizzazione del concetto di algoritmo. Esempi di funzioni non calcolabili. 2) Analisi statistica di testi.

3.3.3 Quinto Anno

a) Le geometrie non euclidee dal punto di vista elementare. Il metodo ipotetico-deduttivo: concetti primitivi, assiomi, definizioni, teoremi. Coerenza ed indipendenza di un sistema di assiomi. Sistemi formali e modelli. Gli assiomi della geometria euclidea. Esemplificazioni di sistemazione assiomatica in altri contesti.

b) Valutazioni e definizioni di probabilità in vari contesti. Variabili aleatorie in una e in due dimensioni (casi finiti). Correlazione, indipendenza, formula di Bayes. Variabili aleatorie discrete: distribuzione binomiale, geometrica, di Poisson. Principio di induzione. Progressioni aritmetica e geometrica.

c) Successioni numeriche e limite di una successione. Zeri di una funzione. Limite, continuità e derivata di una funzione in una variabile reale. Studio e rappresentazione grafica di una funzione razionale. Il problema della misura: lunghezza, area, volume. Integrale definito. Funzione primitiva ed integrale indefinito. Calcolo di integrali immediati.

3.4 Commenti

3.4.1 Geometria

Gli argomenti di geometria per il triennio sono in stretta connessione con gli argomenti suggeriti per il biennio e completano la formazione dell'alunno dandogli una visione, per quanto possibile, completa della disciplina. Il tema delle omotetie e delle similitudini si inquadra nella concezione di Klein della geometria ed è finalizzato alla ricerca delle proprietà invarianti delle figure. Mentre il metodo cartesiano è particolarmente rivolto ad illustrare l'importanza dell'uso del sistema di riferimento: le coniche saranno definite come luoghi geometrici e le loro equazioni saranno ottenute con riferimento a sistemi di assi coordinati opportunamente scelti. Lo studio della trigonometria, ridotta all'essenziale, è finalizzato alla risoluzione dei triangoli; esso risponde anche alle necessità proprie delle altre scienze. Le dimostrazioni delle principali proprietà dello spazio euclideo tridimensionale e dei solidi notevoli completano gli argomenti di geometria elementare; nello sviluppo dei vari argomenti l'intuizione avrà un ruolo determinante. La presentazione delle geometrie non euclidee non sarà fine a se stessa, ma servirà a chiarire il significato di assioma e di sistema ipotetico-deduttivo; la dimostrazione, per via elementare di alcune proprietà fondamentali di tali geometrie e la costruzione di idonei modelli rappresentativi potranno essere precedute, se lo si ritiene didatticamente proficuo, dalla illustrazione dei più significativi tentativi di dimostrazione del V postulato di Euclide. La riflessione critica porterà l'alunno a conclusione dei suoi studi secondari a sistemare assiomaticamente la geometria euclidea ed eventualmente anche altri contesti e quindi a recepire il concetto di teoria matematica formalizzata ed il senso delle relative problematiche metateoriche.

3.4.2 Insiemi numerici e strutture

Lo studio del calcolo combinatorio si limita alle disposizioni, permutazioni, combinazioni e loro proprietà principali; esso contribuirà, tra l'altro, ad abituare l'alunno a dimostrazioni di tipo algebrico. Nel presentare le questioni aritmetiche il docente potrà accennare ai problemi ancora aperti, anche allo scopo di far vedere come la matematica non sia una scienza conclusa. La presentazione della classe di resti serve a dare all'alunno un esempio significativo di insiemi finiti. Per definire i numeri reali si potrà fare ricorso alle sezioni di Dedekind o ad altri metodi; in ogni caso la definizione sarà collegata con la proprietà di completezza del loro insieme. Nel trattare le potenze a base reale positiva e ad esponente razionale, e quindi nel calcolo dei radicali, sarà opportuno non insistere nella ripetitività e complessità delle espressioni, dovendosi privilegiare sempre, più che l'esercizio fine a se stesso, la padronanza concettuale e la consapevolezza delle procedure seguite. Le strutture algebriche e di ordine saranno introdotte non come una classificazione teorico-formale, ma come ambienti operativi i cui elementi possono essere di varia natura e nei quali è possibile risolvere classi di problemi diversi; in particolare sarà opportuno stimolare l'osservazione di proprietà strutturali nella composizione di trasformazioni geometriche. L'introduzione dei numeri complessi sarà accompagnata da numerose e varie applicazioni; le operazioni su di essi saranno quelle che possono essere condotte sulla loro forma binomiale. Il confronto fra insiemi numerici infiniti dovrà far risaltare la differenza del numerabile e quella del continuo.

3.4.3 Funzioni ed equazioni

Nello sviluppo di equazioni, disequazioni e sistemi di secondo grado si considererà parallelamente la risoluzione algebrica e la rappresentazione geometrica, evitando inutili casistiche di casi particolari; è evidente che in questo caso le soluzioni saranno da ricerc a re nel campo dei numeri reali. Gli esercizi di applicazione dei concetti di esponenziale e logaritmo saranno limitati ai casi più semplici; per il calcolo del logaritmo di un numero o del numero di dato logaritmo si farà ricorso a strumenti automatici di calcolo. Lo studio delle funzioni circolari è limitato al teorema della somma e sue immediate conseguenze. Anche per la determinazione dei valori di tali funzioni ci si avvarrà di strumenti automatici.

3.4.4 Probabilità e Statistica

Gli elementi di calcolo delle probabilità e statistica rispondono all'esigenza di abituare l'alunno ad effettuare modellizzazioni di situazioni in condizioni di incertezza. A questo fine è preferibile che la statistica preceda il calcolo delle probabilità, in quanto atta a fornire semplici modelli capaci di aprire la problematica concettuale delle probabilità. Inoltre la statistica descrittiva multivariata è così lungamente utilizzata nella pubblicistica quotidiana che appare molto opportuno e naturale il suo inserimento precoce nella scuola. Per quanto riguarda il calcolo delle probabilità l'allusione ai vari contesti in cui si valutano queste probabilità conduce alle diverse definizioni di probabilità che sono state storicamente proposte; definizioni che non saranno presentate come antitetiche l'una all'altra, ma che si integrano recirocamente, potendosi usare in ogni contesto applicativo quella che appare più opportuna nello stato di informazione in cui si sta operando. Una possibile sintesi tra le varie definizioni sta nella formalizzazione assiomatica della teoria, che va presentata e motivata sia da un punto di vista storico, sia secondo una giustificazione di comodità per lo sviluppo dell'intera teoria, sia per fornire un ulteriore esempio di teoria matematica espressa in forma ipotetica-deduttiva. Questo esempio potrà utilmente essere accostato a quelli di geometria e di insiemi numerici per consentire quella sintesi finale che è il ripensamento del metodo matematico. Le semplici distribuzioni di probabilità che saranno trattate sono sufficienti a dare indicazioni non banali sulla problematica di questa parte delle probabilità, anche perché sono particolarmente ricche di applicazioni in vari contesti: fisico, biologico, economico, applicazioni che saranno utilizzate per meglio mettere in luce gli aspetti peculiari dei diversi modelli (binomiale, poissoniano ecc.). Particolare cura sarà posta nel ricordare le basi storiche e filosofiche (Pascal, empirismo inglese ecc.).

3.4.5 Informatica e Logica

La conoscenza delle regole di interferenza nella logica dei predicati conclude lo studio degli elementi di logica fatto nel biennio. Il sottotema *Sistemi di rappresentazione delle conoscenze e di soluzione dei problemi* si articola sui seguenti argomenti: rappresentazione di conoscenze per mezzo di fatti e regole, realizzazione di semplici sistemi deduttivi, tecniche di problem solving; esempi di applicazioni scelti nelle discipline di indirizzo. Per questi argomenti è opportuno usare in laboratorio un linguaggio di programmazione logica. Il sottotema *Implementazione di algoritmi numerici diretti ed iterativi, controllo della precisione* si articola sui seguenti argomenti: risoluzione di sistemi lineari (2×2); approssimazione di soluzioni di equazioni (bisezioni), costruzione di successioni. Per questi argomenti si può usare in laboratorio , in modo più avanzato, lo stesso ambiente di programmazione. Il sottotema *Sistemi ipermediali* si articola sui seguenti argomenti: realizzazione ed utilizzo di sistemi ipertestuali e ipermediali orientati alla presentazione didattica. Per questi argomenti in laboratorio si può usare un sistema ipertestuale con possibilità di integrazione di testo, immagini e suono. Nel sottotema *Formalizzazione del concetto di algoritmo. Esempi di funzioni non calcolabili* saranno esposte le basi della teoria della computabilità con un livello di approfondimento adeguato alle basi culturali degli alunni. Il sottotema *Analisi statistica di testi* si articola sui seguenti argomenti: strutture dei dati (vettori, alberi, tabelle), algoritmi di memorizzazione, individuazione di parametri statistici significativi (frequenza e distribuzione dei caratteri, delle parole ecc.) Per questi argomenti in laboratorio si può usare lo stesso ambiente di programmazione conoscitivo al biennio.

3.4.6 Analisi infinitesimale

Lo studio delle progressioni è propedeutico a quello delle successioni, per le quali riveste particolare importanza il problema della convergenza. Questo porta alla nozione di limite e quindi al concetto più generale di limite di una funzione di una variabile reale. L'introduzione di questo concetto e di quello di derivabilità sarà accompagnata da un ventaglio quanto più ampio possibile di loro impieghi in ambiti matematici ed extramatematici ed arricchita della presentazione ed illustrazione di opportuni controesempi che serviranno a chiarire i concetti stessi.

L'argomento degli zeri di una funzione riprende quanto è stato svolto in precedenza e porta alle soluzioni di equazioni algebriche o trascendenti; nel trattare le prime, le cui soluzioni sono da ricercare nel campo dei numeri complessi, il docente potrà fare cenno al problema fondamentale dell'algebra; per le seconde si limiterà alle equazioni goniometriche fondamentali. L'alunno sarà abituato all'esame di grafici di funzioni algebriche e trascendenti ed alla deduzione di informazioni dello studio di un andamento grafico; appare anche importante fare acquisire una mobilità di passaggio dal grafico di una funzione a quello della sua derivata. Il problema della misura sarà affrontato con un approccio molto generale, con particolare riferimento al calcolo della lunghezza della circonferenza e dell'area del cerchio, e va inquadrato preferibilmente sotto il profilo storico. Il concetto di integrale scaturirà poi in modo naturale dalla necessità di dare metodi generali per il calcolo di lunghezze, aree, volumi. Gli argomenti di analisi numerica saranno rappresentativi di problemi risolvibili mediante metodi *costruttivi* che permettono, con una precisione arbitraria ed in un numero finito di passi eseguibili da un calcolatore, la determinazione delle loro soluzioni.

3.4.7 Indicazioni comuni

Nel ribadire le indicazioni didattiche suggerite nel programma per il biennio, si insiste sulla opportunità che l'insegnamento sia condotto per problemi; dall'esame di una data situazione problematica l'alunno sarà portato, prima a formulare una ipotesi di soluzione, poi a ricercare il procedimento risolutivo, mediante il ricorso alle conoscenze già acquisite, ed infine ad inserire il risultato ottenuto in un organico quadro teorico complessivo; un processo in cui l'appello all'intuizione sarà via via ridotto per dare più spazio all'astrazione ed alla sistemazione razionale. A conclusione degli studi secondari scaturirà così naturalmente nell'alunno l'esigenza della sistemazione assiomatica dei temi affrontati, della geometria come di altri contesti, sistemazione che lo porterà a recepire un procedimento che è diventato paradigmatico in qualsiasi ricerca ed in ogni ambito disciplinare. Si ricorda che il termine problema va inteso nella sua accezione più ampia, riferito cioè anche a questioni interne alla stessa matematica; in questa ipotesi potrà risultare didatticamente proficuo storicizzare la questione presentandola come una successione di tentativi portati a livelli di rigore e di attrazione sempre più spinti; sono stati a riguardo ricordati il processo che portò alle geometrie non euclidee e quello che sfociò nel calcolo integrale . In questo ordine di idee il docente, nel trattare i vari argomenti, sfrutterà anche ogni occasione per illustrare ed approfondire, eventualmente con il concorso del collega di filosofia ed attraverso la lettura di passi significativi di testi classici, alcune questioni di epistemologia della matematica. L'insegnamento per problemi non esclude però che il docente faccia ricorso ad esercizi di tipo applicativo, sia per consolidare le nozione apprese dagli alunni, sia per fare acquisire loro una sicura padronanza del calcolo. È comunque opportuno che l'uso dell'elaboratore elettronico sia via via potenziato utilizzando strumenti e metodi propri dell'informatica nei contesti matematici che vengono progressivamente sviluppati; mediante la visualizzazione di processi algoritmici non attuabile con elaborazione manuale, esso consente anche la verifica sperimentale di nozioni teoriche già apprese e rafforza a sua volta negli alunni l'attitudine all'astrazione ed alla formalizzazione per altra via conseguita.